



Sujet d'étude 15 – Tronc commun

Chapitre. Parabole et hyperbole

Compilé par le prof. Saad Choukri

○ Problème (Une parabole, une hyperbole et leurs positions relatives).

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les fonctions

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{x}$$

de courbes respectives $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{H})$. L'objectif est d'étudier ces deux courbes puis leurs positions relatives.

- ① Écrire $f(x)$ sous forme canonique, en déduire le sommet S et l'axe de symétrie de $(\mathcal{P})$.
- ② Montrer que $f(1 + h) = f(1 - h)$ pour tout réel h , puis dresser le tableau de variations de f .
- ③ Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{P})$ avec les axes du repère, puis construire $(\mathcal{P})$.
- ④ Soit $D_g = \mathbb{R}^*$ l'ensemble de définition de g . Montrer que g est impaire, puis, en comparant $g(a)$ et $g(b)$, étudier ses variations sur $]0; +\infty[$ et sur $] -\infty; 0[$. Construire $(\mathcal{H})$ dans le même repère.
- ⑤ (Application 1) Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $y = x + 2$. Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{H})$ et $(\mathcal{D})$.
- ⑥ (Application 2) Résoudre l'inéquation $\frac{3}{x} \geq x + 2$, puis retrouver le résultat graphiquement.
- ⑦ (Application 3) Soit $(\mathcal{D}_m)$ la droite d'équation $y = 2x + m$. Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de points d'intersection de $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D}_m)$.

Fin