



Sujet d'étude 12 – Tronc commun

Chapitre. Transformations usuelles dans le plan

Compilé par le prof. Saad Choukri

○ Problème (Composée de deux symétries centrales).

Soient A et B deux points distincts du plan. On note S_A et S_B les symétries centrales de centres respectifs A et B , et $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$. L'objectif de ce problème est d'établir que

$$S_B \circ S_A = t_{2\vec{AB}} \quad (*)$$

puis d'en voir quelques applications.

- ① Soit M un point du plan. On pose $M' = S_A(M)$ et $M'' = S_B(M')$. Faire une figure.
- ② Exprimer $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{M'M''}$ à l'aide des points A, B et M, M' .
- ③ Montrer que $\overrightarrow{MM''} = 2\vec{AB}$, puis conclure (*).
- ④ Montrer de même que $S_A \circ S_B = t_{-2\vec{AB}}$. La composition de deux symétries centrales est-elle commutative ?
- ⑤ Déterminer la transformation $S_A \circ S_A$, puis montrer que $S_B \circ S_A$ n'admet aucun point invariant.
- ⑥ (Application 1) Soit C un point n'appartenant pas à (AB) , $C' = S_A(C)$ et $D = S_B(C')$. Montrer que $\overrightarrow{CD} = 2\vec{AB}$, puis que A et B sont les milieux respectifs de $[CC']$ et $[C'D]$: la droite (AB) est ainsi la droite des milieux du triangle $CC'D$.
- ⑦ (Application 2) Soit (C) le cercle de centre A et de rayon r . Déterminer l'image de (C) par S_B , puis par l'homothétie $h(A, -1)$; que remarque-t-on ?
- ⑧ (Application 3) Soit h l'homothétie de centre A et de rapport 2. Déterminer l'image du segment $[BC]$ par h et montrer que h conserve les milieux.

Fin