



Sujet d'étude 7 – Tronc commun

Chapitre. Calcul vectoriel dans le plan

Compilé par le prof. Saad Choukri

○ Problème (Colinéarité, alignement et parallélisme).

Soit ABC un triangle. On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. On considère les points E , F et I définis par

$$\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}, \quad \overrightarrow{AF} = 3\vec{u} - 2\vec{v}, \quad I \text{ milieu de } [BC]$$

L'objectif est d'exprimer tous les vecteurs en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ afin d'établir des résultats d'alignement et de parallélisme.

- ① Faire une figure et y placer les points E , F et I .
- ② Exprimer $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- ③ Montrer que $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BC}$, puis en déduire que B est le milieu du segment $[EC]$.
- ④ Montrer que $\overrightarrow{EF} = \vec{u} - \vec{v}$, puis en déduire que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
- ⑤ Montrer que $\overrightarrow{EI} = \frac{3}{2}(\vec{v} - \vec{u})$, puis en déduire que les points E , F et I sont alignés.
- ⑥ (Application 1) Soit K le point défini par $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$. Exprimer $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\vec{u}$ et en déduire que K appartient à la droite (AB) .
- ⑦ (Application 2) Soit G le point défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$. Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Fin