



Géométrie dans l'espace – Série d'exercices 1

Classe. Tronc commun

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. Les exercices donnés dans cette feuille ne sont pas forcément classés suivant leur ordre de difficulté. Cependant, souvent les exercices sont intitulés suivant leurs thèmes. La deuxième partie des exercices rassemble quelques exercices supplémentaires qui sont souvent plus difficiles et nécessitent une compréhension profonde du chapitre correspondant.

○ Exercice 1 (Règles d'incidence).

Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse.

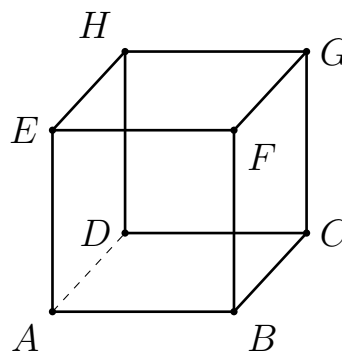
- ① Par trois points de l'espace passe toujours un unique plan.
- ② Deux droites de l'espace qui ne se coupent pas sont parallèles.
- ③ Si deux plans ont un point commun, alors ils ont une droite commune.
- ④ Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles.

○ Exercice 2 (Déterminer un plan).

- Parmi les données suivantes, indiquer celles qui déterminent un unique plan de l'espace : trois points, trois points non alignés, une droite et un point, une droite et un point n'appartenant pas à cette droite, deux droites sécantes, deux droites quelconques.

○ Exercice 3 (Positions relatives dans un cube).

$ABCDEFGH$ est un cube.





- Préciser la position relative de chacun des couples de droites suivants : (AB) et (EF) ; (AB) et (BC) ; (AB) et (CG) ; (AE) et (CG) .

○ Exercice 4 (Droite et plan).

On reprend le cube $ABCDEFGH$ de l'exercice précédent.

- Préciser la position relative de la droite et du plan dans chacun des cas suivants : (AB) et (EFG) ; (AE) et (ABC) ; (AC) et (ABD) ; (AG) et (EFG) .

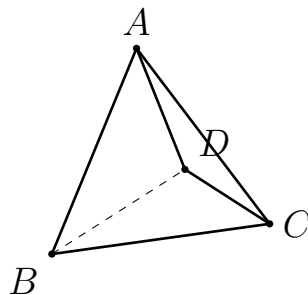
○ Exercice 5 (Intersection de deux plans).

On reprend le cube $ABCDEFGH$.

- ① Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (ABF) .
- ② Déterminer l'intersection des plans (ABF) et (DCG) .
- ③ Déterminer l'intersection des plans (ACG) et (EFG) .

○ Exercice 6 (Un tétraèdre).

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I , J , K et L les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.



- ① Montrer que $\vec{IJ} = \vec{LK}$.
- ② En déduire que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

○ Exercice 7 (Parallélisme d'une droite et d'un plan).

On reprend le tétraèdre $ABCD$ et les points I , J , K et L de l'exercice précédent.

- ① Montrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ACD) .
- ② Montrer de même que la droite (IL) est parallèle au plan (BCD) .



○ Exercice 8 (Plans parallèles).

$ABCDEFGH$ est un cube.

- ① Montrer que les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles.
- ② Le plan (ABG) coupe ces deux plans suivant deux droites. Que peut-on dire de ces deux droites ?

○ Exercice 9 (Théorème du toit).

Soient (P) et (Q) deux plans sécants suivant une droite (Δ) . Soient (d) une droite de (P) et (d') une droite de (Q) , parallèles entre elles.

- Montrer que (Δ) est parallèle aux droites (d) et (d') .

○ Exercice 10 (Section d'un cube).

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I le milieu de l'arête $[EF]$.

- Construire la section du cube par le plan (AIC) .

○ Exercice 11 (Intersection d'une droite et d'un plan).

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I le milieu de $[AB]$ et J le point de $[AC]$ tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

- Déterminer l'intersection de la droite (IJ) avec le plan (BCD) .

○ Exercice 12 (Droites non coplanaires).

$ABCDEFGH$ est un cube.

- ① Citer trois droites de la figure non coplanaires avec la droite (AB) .
- ② Les droites (AH) et (BG) sont-elles coplanaires ? Justifier.

○ Exercice 13 (Alignement).

$ABCD$ est un tétraèdre.

- ① Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (ABD) .
- ② En déduire que si un point M appartient à la fois à ces deux plans, alors les points A , B et M sont alignés.



○ Exercice 14 (Section d'une pyramide).

$SABCD$ est une pyramide de base le carré $ABCD$ et de sommet S . On note M un point de l'arête $[SA]$ distinct de S et de A .

- Construire la section de la pyramide par le plan passant par M et parallèle au plan de base.

○ Exercice 15 (Parallélisme dans un cube).

$ABCDEFGH$ est un cube.

- ① Montrer que les droites (AC) et (EG) sont parallèles.
- ② En déduire que les points A, C, G et E sont coplanaires, puis préciser la nature du quadrilatère $ACGE$.

Exercices supplémentaires

○ Exercice 16 (Les bimédianes d'un tétraèdre).

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I, J, K et L les milieux respectifs de $[AB], [CD], [AC]$ et $[BD]$.

- ① Montrer que les segments $[IJ]$ et $[KL]$ ont le même milieu.
- ② En déduire que les trois segments joignant les milieux des arêtes opposées du tétraèdre sont concourants.

○ Exercice 17 (Une droite parallèle à deux plans).

Soient (P) et (Q) deux plans sécants suivant une droite (Δ) , et soit (d) une droite parallèle à la fois à (P) et à (Q) .

- Montrer que (d) est parallèle à la droite (Δ) .

Indication. Reasonner par l'absurde, ou utiliser le plan contenant (d) et un point de (Δ) .

○ Exercice 18 (Une section hexagonale).

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I, J et K les milieux respectifs des arêtes $[AB], [BC]$ et $[CG]$.

- Construire la section du cube par le plan (IJK) et préciser la nature du polygone



obtenu.

○ Exercice 19 (Un centre de gravité).

$ABCD$ est un tétraèdre. On note G le point défini par

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

- ① Montrer que pour tout point M de l'espace, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4 \overrightarrow{MG}$.
- ② Montrer que G est le milieu du segment $[IJ]$, où I et J désignent les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$.
- ③ En rapprochant ce résultat de l'exercice 16, où se situe le point G ?

○ Exercice 20.

$ABCD$ est un tétraèdre. Les points M et N sont définis par

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

- ① Montrer que la droite (MN) est parallèle au plan (BCD) .
- ② Le plan (MND) coupe-t-il le plan (BCD) ? Si oui, préciser leur intersection.
- ③ Construire la section du tétraèdre par le plan (MND) .

* *
*

Fin