



Calcul trigonométrique – Série d'exercices 1

Classe. Tronc commun

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. Les exercices donnés dans cette feuille ne sont pas forcément classés suivant leur ordre de difficulté. Cependant, souvent les exercices sont intitulés suivant leurs thèmes. La deuxième partie des exercices rassemble quelques exercices supplémentaires qui sont souvent plus difficiles et nécessitent une compréhension profonde du chapitre correspondant.

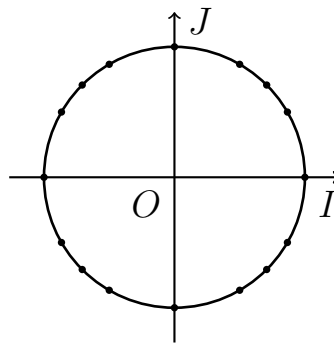
○ Exercice 1 (Degrés et radians).

① Convertir en radians les mesures suivantes : 30° , 45° , 120° et 210° .

② Convertir en degrés les mesures suivantes : $\frac{\pi}{5}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{2}$.

○ Exercice 2 (Le cercle trigonométrique).

Le cercle ci-dessous est le cercle trigonométrique.



• Reproduire la figure, puis placer les points images des nombres réels suivants : $\frac{\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{4}$.

○ Exercice 3 (Mesure principale).

• Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés dont une mesure est

$$\frac{25\pi}{4}, \quad -\frac{47\pi}{6}, \quad \frac{100\pi}{3}$$



On rappelle que la mesure principale appartient à l'intervalle $]-\pi, \pi]$.

○ Exercice 4 (Valeurs remarquables).

① Dresser le tableau des valeurs de $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$ pour $x \in \left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right\}$.

② Calculer la valeur exacte du nombre

$$A = \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\pi}{6}$$

③ Calculer de même

$$B = \sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{4}$$

○ Exercice 5 (Relation fondamentale 1).

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos x = \frac{3}{5}$.

① Calculer $\sin x$ puis $\tan x$.

② Calculer ensuite $\cos(\pi - x)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

○ Exercice 6 (Relation fondamentale 2).

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ tel que $\sin x = -\frac{1}{3}$.

- Calculer $\cos x$ puis $\tan x$.

On justifiera soigneusement le signe obtenu.

○ Exercice 7 (Angles associés).

Soit x un nombre réel. Simplifier les expressions suivantes.

① $A = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x)$.

② $B = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \cos(-x)$.



○ Exercice 8 (Calculs par les angles associés).

- Calculer, en utilisant les angles associés, les valeurs exactes de

$$\cos \frac{2\pi}{3}, \quad \sin \frac{3\pi}{4}, \quad \tan \frac{5\pi}{6}, \quad \cos \left(-\frac{5\pi}{3} \right)$$

○ Exercice 9 (Identités trigonométriques).

Soit x un nombre réel. Montrer les égalités suivantes, en précisant les conditions de validité.

① $(1 - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x.$

② $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}.$

○ Exercice 10 (Une identité).

Soit x un nombre réel.

- Montrer que

$$(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$$

○ Exercice 11 (Une somme remarquable).

- Calculer, sans calculatrice, la valeur du nombre

$$S = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8}$$

Indication. Remarquer que $\frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}.$

○ Exercice 12 (Lecture sur le cercle).

Déterminer tous les nombres réels x de l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant

① $\cos x = \frac{1}{2}.$

② $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$



○ Exercice 13 (Simplification avec la tangente).

Soit x un nombre réel tel que $\cos x \neq 0$ et $\sin x \neq 0$.

- Montrer que

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

○ Exercice 14 (Longueur d'un arc).

On considère un cercle de centre O et de rayon $R = 6$ cm. Un arc de ce cercle est associé à un angle au centre de mesure $\frac{2\pi}{3}$.

- ① Calculer la longueur de cet arc.
- ② Quelle est la mesure en degrés de cet angle ?

○ Exercice 15 (Signe des lignes trigonométriques).

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$.

- ① Déterminer le signe de chacun des nombres $\cos x$, $\sin x$, $\tan x$ et $\cos x \sin x$.
- ② Reprendre la question précédente lorsque x appartient à l'intervalle $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$.

Exercices supplémentaires

○ Exercice 16 (Somme et produit).

Soit x un nombre réel tel que

$$\cos x + \sin x = \frac{1}{2}$$

- ① Calculer $\cos x \sin x$.
- ② En déduire la valeur de $\cos^3 x + \sin^3 x$.

○ Exercice 17 (Une simplification).

Soit x un nombre réel.

① Simplifier l'expression

$$C = \sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

② Simplifier de même

$$D = \frac{\cos(\pi - x) + \cos(-x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$$

en précisant les conditions de validité.

○ Exercice 18 (Puissances quatrièmes).

Soit x un nombre réel.

• Montrer que

$$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \cos^2 x \sin^2 x$$

○ Exercice 19 (Connaissant la tangente).

Soit x un nombre réel tel que $\cos x \neq 0$ et $\tan x = 2$.

① Calculer $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

② Calculer $\cos^2 x$, puis $\sin^2 x - \cos^2 x$.

○ Exercice 20 (Un encadrement).

Soit x un nombre réel.

① Montrer que $\cos^4 x + \sin^4 x \leq 1$.

② Montrer que $\cos^4 x + \sin^4 x \geq \frac{1}{2}$.

Indication. Pour la seconde question, poser $t = \cos^2 x$ et utiliser une forme canonique.

* *
*

Fin