



Équations et inéquations du second degré – Série d'exercices 1

Classe. Tronc commun

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. Les exercices donnés dans cette feuille ne sont pas forcément classés suivant leur ordre de difficulté. Cependant, souvent les exercices sont intitulés suivant leurs thèmes. La deuxième partie des exercices rassemble quelques exercices supplémentaires qui sont souvent plus difficiles et nécessitent une compréhension profonde du chapitre correspondant.

○ Exercice 1 (Utilisation du discriminant).

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- ① $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- ② $2x^2 + 3x + 5 = 0$.
- ③ $9x^2 - 6x + 1 = 0$.

○ Exercice 2 (Résolution sans discriminant).

Résoudre les équations suivantes sans calculer le discriminant.

- ① $x^2 - 7x + 12 = 0$ et $x^2 + x - 12 = 0$, en utilisant la somme et le produit des racines.
- ② $3x^2 - 4x + 1 = 0$ et $5x^2 + 2x - 7 = 0$, en remarquant une racine évidente.

○ Exercice 3 (Somme et produit des racines).

On admet que l'équation $x^2 - 6x + 2 = 0$ admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 .

- ① Donner $x_1 + x_2$ et x_1x_2 sans résoudre l'équation.
- ② Calculer $x_1^2 + x_2^2$ puis $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
- ③ En déduire la valeur de $x_1^3 + x_2^3$.

○ Exercice 4 (Construire une équation).

- ① Déterminer une équation du second degré dont les solutions u et v vérifient $u +$



$v = 5$ et $uv = -3$.

- ② On note x_1 et x_2 les solutions de l'équation $x^2 - 3x + 1 = 0$. Déterminer une équation du second degré dont les solutions sont x_1^2 et x_2^2 .

○ Exercice 5 (Signe d'un trinôme).

Étudier, suivant les valeurs de x , le signe des trinômes suivants.

① $T(x) = -2x^2 + 5x - 3$.

② $U(x) = x^2 - x + 1$.

③ $V(x) = 4x^2 - 12x + 9$.

○ Exercice 6 (Inéquations du second degré).

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

① $x^2 - 4x + 3 \leq 0$.

② $-x^2 + x + 6 > 0$.

③ $x^2 + x + 1 \geq 0$.

○ Exercice 7 (Une inéquation quotient).

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9} \geq 0$$

On dressera un tableau de signes après avoir précisé l'ensemble de définition.

○ Exercice 8 (Changement d'inconnue).

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

① $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$, en posant $X = x^2$.

② $(x^2 + x)^2 - 4(x^2 + x) - 12 = 0$, en posant $X = x^2 + x$.



○ Exercice 9 (Une équation à paramètre).

Soit m un nombre réel. On considère l'équation (E_m) d'inconnue x

$$(E_m), \quad x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$$

- ① Calculer le discriminant réduit de (E_m) .
- ② Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de (E_m) .
- ③ Résoudre (E_m) dans le cas où $m = 1$.

○ Exercice 10 (Un discriminant remarquable).

Soit m un nombre réel. On considère l'équation

$$(F_m), \quad x^2 - (m+2)x + 2m = 0$$

- ① Montrer que le discriminant de (F_m) est égal à $(m-2)^2$.
- ② En déduire les solutions de (F_m) pour toute valeur de m .

○ Exercice 11 (Signe des racines).

Soit m un nombre réel. On considère l'équation

$$x^2 - 2(m-1)x + m + 5 = 0$$

- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles cette équation admet deux solutions strictement positives.

Indication. Utiliser le discriminant, la somme et le produit des racines, sans les calculer.

○ Exercice 12 (Équations irrationnelles).

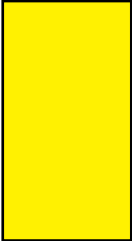
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, en précisant les conditions de validité.

- ① $\sqrt{x+3} = x-3$.
- ② $\sqrt{2x+1} = x-1$.

○ Exercice 13 (Systèmes symétriques).

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants.

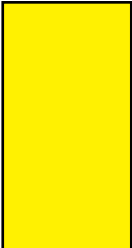
- ① $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$



② $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 15 \end{cases}$

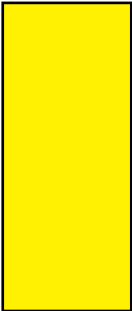
○ Exercice 14 (Mise en équation).



① La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 3 cm et son aire vaut 40 cm^2 . Déterminer ses dimensions.

② Déterminer un nombre réel non nul dont la somme avec son inverse est égale à $\frac{10}{3}$.

○ Exercice 15 (Interprétation graphique).

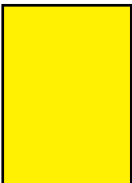


Dans un repère du plan, on considère la parabole (P) d'équation $y = x^2$ et la droite (D_m) d'équation $y = x + m$, où m est un réel.

- Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de points d'intersection de (P) et (D_m) .
- Déterminer les coordonnées de ces points d'intersection dans le cas où $m = 2$.

Exercices supplémentaires

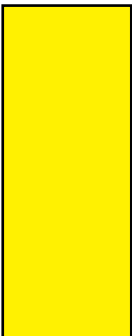
○ Exercice 16 (Second degré et valeur absolue).



① Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 2|x| - 3 = 0$.

② Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - 2|x| - 3 \leq 0$.

○ Exercice 17 (Une équation de degré 4).



Soit x un nombre réel non nul.

- Résoudre l'équation

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 3 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 2 = 0$$

Indication. Poser $y = x + \frac{1}{x}$ et remarquer que $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$.



○ Exercice 18 (Une racine évidente).

Soient a, b et c trois nombres réels tels que $a \neq 0$ et $a + b + c = 0$.

- ① Montrer que le discriminant de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est égal à $(a - c)^2$.
- ② En déduire les deux solutions de cette équation.
- ③ Application. Résoudre l'équation $2024x^2 - 2025x + 1 = 0$.

○ Exercice 19 (Une équation à deux inconnues).

- ① Déterminer tous les couples de nombres réels (x, y) vérifiant

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$$

- ② Résoudre, de la même manière, l'équation $x^2 + 4y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$.

Indication. Utiliser deux fois la forme canonique.

○ Exercice 20.

Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs vérifiant $a + b + c \geq 3$.

- Montrer qu'au moins l'une des trois équations suivantes admet une solution réelle,

$$x^2 + 2ax + b = 0, \quad x^2 + 2bx + c = 0, \quad x^2 + 2cx + a = 0$$

Indication. Reasonner par l'absurde et additionner les trois discriminants.

* *

*

Fin