



Modèle 2 du Devoir surveillé 5 – Tronc commun scientifique

Chapitres. Étude analytique de la droite; Calcul trigonométrique

Durée. 2 heures 30 minutes

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (4.5 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points

$$A(-1, 2), \quad B(3, 4), \quad C(2, -3)$$

et la droite (Δ) d'équation cartésienne $x + 2y - 4 = 0$.

1.5pts

①

a) Déterminer un vecteur directeur de la droite (AB) puis une équation cartésienne de (AB) .

b) Déterminer le coefficient directeur de (AB) et son équation réduite.

1pts

②

Les droites (AB) et (Δ) sont-elles parallèles ? Justifier, puis déterminer leur point d'intersection s'il existe.

1pts

③

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par C et parallèle à (AB) .

1pts

④

Le point $E(5, -1)$ appartient-il à la droite (D) ? Justifier.

○ Exercice 2 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Pour tout nombre réel m , on considère la droite (D_m) d'équation

$$mx + (m + 1)y - 2m - 1 = 0$$

1pts

①

Déterminer un vecteur directeur de (D_m) en fonction de m .



1pts

② Déterminer m pour que la droite (D_m) passe par le point $A(3, 0)$.

1pts

③ Déterminer m pour que la droite (D_m) soit parallèle à la droite (Δ) d'équation $2x + 3y - 1 = 0$.

1pts

④

a) Montrer que l'équation de (D_m) peut s'écrire $m(x + y - 2) + (y - 1) = 0$.

b) En déduire que toutes les droites (D_m) passent par un même point fixe que l'on déterminera.

○ Exercice 3 (4 points)

1pts

①

a) Convertir en radians les mesures 45° , 150° et 300° .

b) Convertir en degrés les mesures $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{11\pi}{6}$.

1pts

②

Déterminer la mesure principale de chacun des angles suivants.

$$\frac{29\pi}{6}, \quad -\frac{15\pi}{4}, \quad \frac{22\pi}{3}$$

2pts

③

Simplifier les expressions suivantes, où x est un nombre réel quelconque.

a) $A = \sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin(-x) + \cos(\pi + x)$

b) $B = \cos^2(\pi - x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

○ Exercice 4 (4 points)

2pts

①

Soit x un nombre réel tel que

$$\sin x = \frac{5}{13} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

a) Calculer $\cos x$ puis $\tan x$.

b) Calculer $\cos(-x)$, $\sin(\pi + x)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

2pts

②

Soit x un nombre réel tel que $\cos x \neq 0$ et $\sin x \neq 0$.



a) Montrer que

$$\frac{1}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

b) Montrer que $\frac{1 - \sin^2 x}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{\tan^2 x}$.

○ Exercice 5 (3.5 points)

2pts

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ les équations suivantes.

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

1.5pts

② On considère l'équation

$$(E), \quad 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

a) En posant $X = \sin x$, montrer que (E) se ramène à une équation du second degré que l'on résoudra.

b) Résoudre l'équation (E) dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

○ Bonus (3 points)

Soit x un nombre réel tel que $\cos x + \sin x = \frac{1}{2}$.

(1) Calculer $\cos x \sin x$.

(2) Calculer $\cos^3 x + \sin^3 x$.

Indication. Remarquer que $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

(3) Déterminer une équation du second degré dont $\cos x$ et $\sin x$ sont les solutions.

* * *

Fin