



Modèle 1 du Devoir surveillé 5 – Tronc commun scientifique

Chapitres. Étude analytique de la droite; Calcul trigonométrique

Durée. 3 heures

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (4.5 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points

$$A(1, 3), \quad B(-2, -3), \quad C(3, -1)$$

et la droite (Δ) d'équation cartésienne $2x - 3y + 1 = 0$.

1.5pts

①

a) Déterminer un vecteur directeur de la droite (AB) puis une équation cartésienne de (AB) .

b) Déterminer le coefficient directeur de (AB) et son équation réduite.

1pts

②

a) Déterminer un vecteur directeur de (Δ) .

b) Les droites (AB) et (Δ) sont-elles parallèles ? Justifier.

1pts

③

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par C et parallèle à (Δ) .

1pts

④

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (Δ) .

○ Exercice 2 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Pour tout nombre réel m , on considère la



droite (D_m) d'équation

$$(m - 1)x + 2y - m = 0$$

1pts

- ① Vérifier que (D_m) est bien une droite pour toute valeur de m , puis déterminer un vecteur directeur de (D_m) .

1pts

- ② Déterminer m pour que la droite (D_m) soit parallèle à la droite (Δ) d'équation $x + y - 3 = 0$.

1pts

- ③ Déterminer m pour que le point $A(2, 1)$ appartienne à (D_m) .

1pts

④

- a) Montrer que pour tout réel m , l'équation de (D_m) peut s'écrire sous la forme

$$m(x - 1) + (-x + 2y) = 0$$

- b) En déduire que toutes les droites (D_m) passent par un même point fixe que l'on déterminera.

○ Exercice 3 (4 points)

1pts

①

- a) Convertir en radians les mesures 30° , 135° et 210° .

- b) Convertir en degrés les mesures $\frac{5\pi}{6}$ et $\frac{7\pi}{4}$.

1pts

- ② Déterminer la mesure principale de chacun des angles suivants.

$$\frac{25\pi}{4}, \quad -\frac{17\pi}{3}, \quad \frac{31\pi}{6}$$

2pts

- ③ Simplifier les expressions suivantes, où x est un nombre réel quelconque.

a) $A = \cos(\pi - x) + \cos(-x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + x)$

b) $B = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)}{\cos(\pi + x) - \cos(2\pi - x)} \quad (\text{on suppose } \cos x \neq 0)$



○ Exercice 4 (4 points)

2pts

- ① Soit x un nombre réel tel que

$$\cos x = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{2} < x < 0$$

a) Calculer $\sin x$ puis $\tan x$.

b) Calculer $\cos(\pi - x)$, $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ et $\tan(-x)$.

2pts

- ② Soit x un nombre réel tel que $\sin x \neq 0$ et $\cos x \neq -1$.

a) Montrer que

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

b) Montrer que $\cos^4 x - \sin^4 x = 2 \cos^2 x - 1$.

○ Exercice 5 (3.5 points)

2pts

- ① Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ les équations suivantes.

a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

1.5pts

- ② On considère l'équation

$$(E), \quad 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

a) En posant $X = \cos x$, montrer que (E) se ramène à une équation du second degré que l'on résoudra.

b) Résoudre l'équation (E) dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

○ Bonus (4 points)

- (1) Montrer que pour tout nombre réel x , on a

$$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

- (2) Calculer la somme

$$S = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$$



Indication. Remarquer que $\frac{5\pi}{8} = \pi - \frac{3\pi}{8}$ et que $\frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

* * *

Fin