



## Modèle 2 du Devoir surveillé 4 – Tronc commun scientifique

### Chapitres. Calcul vectoriel dans le plan; Projection dans le plan

Durée. 2 heures 30 minutes

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

#### ○ Exercice 1 (4.5 points)

Soit  $ABCD$  un parallélogramme de centre  $O$ . On considère les points  $E$  et  $F$  définis par

$$\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} \quad \text{et} \quad \vec{DF} = \frac{1}{3}\vec{DC}$$

1pts

① Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

1.5pts

②

a) Montrer que  $\vec{EF} = \vec{AD}$ .

b) En déduire la nature du quadrilatère  $AEFD$ .

1pts

③ Simplifier les sommes vectorielles suivantes.

a)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$

b)  $\vec{AO} + \vec{OC} + \vec{CB} + \vec{BA}$

1pts

④ Soit  $K$  le point défini par  $K\vec{A} + 2K\vec{B} = \vec{0}$ .

a) Montrer que  $\vec{AK} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ .

b) En déduire que  $K$  appartient au segment  $[AB]$ .



### ○ Exercice 2 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère les points

$$A(-1, 2), \quad B(3, 0), \quad C(2, 5)$$

1pts

- ① Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ , puis montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.

1pts

- ② Déterminer les coordonnées du milieu  $J$  du segment  $[AC]$  et celles du centre de gravité  $G$  du triangle  $ABC$ .

1pts

- ③ Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ABDC$  soit un parallélogramme.

1pts

- ④ Déterminer le nombre réel  $m$  pour que les vecteurs  $\vec{u}(m+1, -3)$  et  $\vec{AB}$  soient colinéaires.

### ○ Exercice 3 (3.5 points)

Le plan est rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et  $m$  désigne un nombre réel.

1.5pts

- ① On considère les vecteurs  $\vec{u}(m, m+3)$  et  $\vec{v}(2, 4)$ .

a) Écrire la condition de colinéarité de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sous forme d'une équation d'inconnue  $m$ .

b) Déterminer la valeur de  $m$  pour laquelle  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

1.5pts

- ② On considère les points  $A(2, 1)$ ,  $B(-1, 4)$  et  $M(m, m^2)$ .

a) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AM}$ .

b) Déterminer toutes les valeurs de  $m$  pour lesquelles les points  $A$ ,  $B$  et  $M$  sont alignés.

0.5pts

- ③ Deux vecteurs colinéaires sont-ils nécessairement égaux ? Justifier par un contre-exemple.

### ○ Exercice 4 (5 points)

1pts

- ① Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes du plan et soit  $p$  la projection sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$ .

a) Rappeler la définition de  $p$  et construire l'image d'un point  $M$  n'appartenant pas à  $(D)$ .



2pts

b) Déterminer l'ensemble des points du plan ayant la même image par  $p$  qu'un point donné  $M$ .

② Soit  $ABCD$  un parallélogramme de centre  $O$ . On note  $p$  la projection sur la droite  $(AB)$  parallèlement à la droite  $(AD)$ .

a) Déterminer  $p(A)$ ,  $p(D)$  et  $p(C)$ .

b) Déterminer  $p(O)$  et justifier la réponse.

2pts

③ Soit  $ABC$  un triangle,  $I$  le milieu de  $[AB]$  et  $J$  le milieu de  $[AC]$ . On note  $p$  la projection sur la droite  $(BC)$  parallèlement à la droite  $(AB)$ .

a) Déterminer  $p(A)$  et  $p(I)$ .

b) Montrer que  $p(J)$  est le milieu du segment  $[BC]$ .

### ○ Exercice 5 (3 points)

1.5pts

Soit  $ABC$  un triangle et soit  $M$  le point de la droite  $(AB)$  tel que  $\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ . La droite passant par  $M$  et parallèle à  $(BC)$  coupe la droite  $(AC)$  en  $N$ .

①

a) En utilisant le théorème de Thalès, montrer que  $\vec{AN} = \frac{3}{4}\vec{AC}$ .

b) En déduire que  $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{BC}$ .

1.5pts

② Soit  $I$  le milieu de  $[BC]$  et soit  $P$  le milieu de  $[MN]$ .

a) Exprimer  $\vec{AP}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .

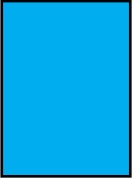
b) En déduire que les points  $A$ ,  $P$  et  $I$  sont alignés.

### ○ Bonus (3 points)

Soit  $ABC$  un triangle. On note  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ , et  $G$  le point défini par

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

(1) Montrer que  $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AA'}$ .



(2) Montrer de même que  $\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BB'}$  et  $\vec{CG} = \frac{2}{3}\vec{CC'}$ .

(3) En déduire que les trois médianes du triangle  $ABC$  sont concourantes en  $G$ .

\* \* \*

*Fin*