



Modèle 1 du Devoir surveillé 4 – Tronc commun scientifique

Chapitres. Calcul vectoriel dans le plan; Projection dans le plan

Durée. 3 heures

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (4.5 points)

Soit ABC un triangle. On note I le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité du triangle ABC . On considère les points E et F définis par

$$\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad \text{et} \quad \vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$$

1pts

① Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

1pts

②

a) Exprimer $\vec{AI}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

b) Montrer que $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

1.5pts

③

a) Montrer que $\vec{EF} = \frac{2}{3}\vec{BC}$, puis en déduire que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

b) Montrer que $\vec{EG} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.

c) En déduire que les points E , G et F sont alignés.

1pts

④ Soit K le point défini par

$$2\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{0}$$

a) Montrer que $\vec{AK} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

b) En déduire que K est le milieu du segment $[AI]$.



○ Exercice 2 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points

$$A(1, 2), \quad B(-2, 3), \quad C(4, -1)$$

1pts

- ① Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$, puis montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

1pts

- ② Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$ et celles du centre de gravité G du triangle ABC .

1pts

- ③ Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

1pts

- ④ Déterminer le nombre réel m pour que les vecteurs $\vec{u}(m, 3)$ et $\vec{AB}$ soient colinéaires.

○ Exercice 3 (3.5 points)

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et m désigne un nombre réel.

1.5pts

- ① On considère les vecteurs $\vec{u}(m - 1, 2)$ et $\vec{v}(3, m)$.

a) Écrire la condition de colinéarité de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sous forme d'une équation d'inconnue m .

b) Déterminer toutes les valeurs de m pour lesquelles $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1.5pts

- ② On considère les points $A(1, -1)$, $B(3, 2)$ et $M(m, m + 1)$.

a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$.

b) Déterminer m pour que les points A, B et M soient alignés.

0.5pts

- ③ Les vecteurs $\vec{u}(0, 0)$ et $\vec{w}(5, -7)$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

○ Exercice 4 (4.5 points)

1pts

- ① Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes du plan.

a) Rappeler la définition de la projection p sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) .

b) Quelle est l'image d'un point M appartenant à (D) ? Et celle d'un point appartenant à (Δ) ?



2pts

② Soit ABC un triangle. On note p la projection sur la droite (AB) parallèlement à la droite (AC) .

a) Déterminer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b) Soit I le milieu de $[BC]$. Montrer que $p(I)$ est le milieu du segment $[AB]$.

c) Soit M le point de la droite (BC) tel que $\vec{BM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$. Déterminer $p(M)$ et justifier la réponse.

1.5pts

③ Soit p la projection sur une droite (D) parallèlement à une droite (Δ) , et soient M et N deux points du plan d'images respectives M' et N' .

a) Montrer que si J est le milieu de $[MN]$, alors $p(J)$ est le milieu de $[M'N']$.

b) Montrer que si $M' = N'$, alors la droite (MN) est parallèle à (Δ) ou $M = N$.

○ Exercice 5 (3.5 points)

1.5pts

Soit ABC un triangle et soit M le point de $[AB]$ tel que $\vec{AM} = \frac{2}{5}\vec{AB}$. La droite passant par M et parallèle à (BC) coupe la droite (AC) en N .

①

a) En utilisant le théorème de Thalès, montrer que $\vec{AN} = \frac{2}{5}\vec{AC}$.

b) En déduire que $\vec{MN} = \frac{2}{5}\vec{BC}$.

2pts

② Soit P le point défini par $\vec{AP} = \frac{2}{5}\vec{AI}$ où I est le milieu de $[BC]$.

a) Exprimer $\vec{AP}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

b) Montrer que P est le milieu du segment $[MN]$.

c) En déduire que les droites (AI) , (MN) et la médiane issue de A se coupent en un même point.

○ Bonus (4 points)

Soit ABC un triangle de centre de gravité G . On considère les points P , Q et R définis



par

$$\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB}, \quad \vec{BQ} = \frac{1}{3}\vec{BC}, \quad \vec{CR} = \frac{1}{3}\vec{CA}$$

- (1) Exprimer $\vec{AP}$, $\vec{AQ}$ et $\vec{AR}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
- (2) Montrer que $\vec{PA} + \vec{QB} + \vec{RC} = \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{CA}$.
- (3) En déduire que les triangles ABC et PQR ont le même centre de gravité.

* * *

Fin