



Modèle 2 du Devoir surveillé 3 – Tronc commun scientifique

Chapitres. Équations, inéquations et systèmes; Second degré

Durée. 2 heures 30 minutes

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (4 points)

1.5pts

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

a) $\frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{5} = 3$

b) $|2x+5| = 3$

c) $|x-4| < 2x$

1.5pts

② Soit m un nombre réel. On considère l'équation d'inconnue x

$$(E_m), \quad (m^2 - 1)x = m - 1$$

a) Résoudre (E_m) dans le cas où $m = 1$, puis dans le cas où $m = -1$.

b) Résoudre (E_m) lorsque $m \neq 1$ et $m \neq -1$.

1pts

③ Discuter, suivant les valeurs du réel m , les solutions de l'inéquation

$$(I_m), \quad (2 - m)x < 4$$

○ Exercice 2 (4.5 points)

1.5pts

① Résoudre les systèmes suivants.

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$



$$b) \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

1.5pts

② Soit m un nombre réel. On considère le système

$$(S_m), \quad \begin{cases} mx + 2y = 1 \\ 2x + my = 1 \end{cases}$$

a) Résoudre (S_m) dans le cas où $m = 2$, puis dans le cas où $m = -2$.

b) Résoudre (S_m) lorsque $m \neq 2$ et $m \neq -2$.

1.5pts

③ (Mise en équation). Dans une ferme, on compte des poules et des lapins. On dénombre en tout 35 têtes et 94 pattes.

a) En notant x le nombre de poules et y le nombre de lapins, traduire l'énoncé par un système de deux équations.

b) Résoudre ce système et conclure.

○ Exercice 3 (5 points)

1.5pts

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en précisant à chaque fois le discriminant.

a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $x^2 + x + 3 = 0$

1.5pts

②

a) Factoriser le trinôme $3x^2 + 5x - 2$ puis résoudre l'inéquation $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$.

b) Résoudre l'inéquation

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + x - 2} < 0$$

2pts

③ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Indication. Poser $X = x^2$

b) $(2x - 1)^2 - 5(2x - 1) + 6 = 0$



○ Exercice 4 (4 points)

Soit m un nombre réel. On considère l'équation d'inconnue x

$$(E_m), \quad (m-1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

1pts

① Résoudre (E_m) dans le cas où $m = 1$.

1.5pts

② On suppose dans la suite que $m \neq 1$.

a) Montrer que le discriminant réduit de (E_m) est $\Delta' = 2 - m$.

b) Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de (E_m) .

1.5pts

③ On suppose de plus que $m < 2$ et on note x_1 et x_2 les deux solutions de (E_m) .

a) Donner la somme $S = x_1 + x_2$ et le produit $P = x_1 x_2$ en fonction de m .

b) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles x_1 et x_2 sont de signes contraires.

c) Déterminer m pour que $x_1 + x_2 = 3x_1 x_2$.

○ Exercice 5 (2.5 points)

1pts

① Déterminer deux nombres réels dont la somme est 9 et le produit 20.

1.5pts

② Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants.

a)
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 10 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ xy = 10 \end{cases}$$

○ Bonus (3 points)

On considère l'équation

$$(E), \quad x^2 - 5x + 3 = 0$$

On admet que (E) admet deux solutions x_1 et x_2 que l'on ne cherchera pas à calculer.

(1) Donner la somme $S = x_1 + x_2$ et le produit $P = x_1 x_2$.

(2) Calculer $x_1^2 + x_2^2$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

(3) Calculer $x_1^3 + x_2^3$ et $(x_1 - x_2)^2$.



(4) *En déduire une équation du second degré dont les solutions sont x_1^2 et x_2^2 .*

* * *

Fin