



Modèle 1 du Devoir surveillé 3 – Tronc commun scientifique

Chapitres. Équations, inéquations et systèmes; Second degré

Durée. 3 heures

Réalisé par le professeur Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (4 points)

1.5pts

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

a) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4} = 1$

b) $3(x-2) - 2(1-x) = 5x-4$

c) $|3x-2| = x+1$

1.5pts

② Soit m un nombre réel. On considère l'équation d'inconnue x

$$(E_m), \quad (m^2 - 4)x = m + 2$$

a) Résoudre (E_m) dans le cas où $m = 2$, puis dans le cas où $m = -2$.

b) Résoudre (E_m) lorsque $m \neq 2$ et $m \neq -2$.

c) Récapituler la discussion précédente dans un tableau.

1pts

③ Soit m un nombre réel. Discuter, suivant les valeurs de m , les solutions de l'inéquation

$$(I_m), \quad (m-3)x \geq 6$$

○ Exercice 2 (4 points)

1.5pts

① Résoudre les systèmes suivants.

a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + 4y = -3 \end{cases}$$



$$b) \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = 5 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

1pts

- ② Soit m un nombre réel. On considère le système

$$(S_m), \quad \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 1 \end{cases}$$

a) Résoudre (S_m) dans le cas où $m = 1$, puis dans le cas où $m = -1$.

b) Résoudre (S_m) lorsque $m \neq 1$ et $m \neq -1$.

1.5pts

- ③ (Mise en équation). Un libraire a vendu 30 articles, des cahiers et des stylos, et a encaissé 269 dirhams. Le prix d'un cahier est 12 dirhams et celui d'un stylo est 5 dirhams.

a) En notant x le nombre de cahiers et y le nombre de stylos vendus, traduire l'énoncé par un système de deux équations.

b) Résoudre ce système et conclure.

○ Exercice 3 (5 points)

1.5pts

- ① Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en précisant à chaque fois le discriminant.

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

c) $3x^2 + x + 1 = 0$

1.5pts

- ② On pose, pour tout réel x tel que $x \neq 2$ et $x \neq -2$,

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 4}$$

a) Factoriser le numérateur et le dénominateur de $f(x)$.

b) Dresser le tableau de signes de $f(x)$.

c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.

2pts

- ③ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Indication. Poser $X = x^2$



b) $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$

○ Exercice 4 (4 points)

Soit m un nombre réel. On considère l'équation d'inconnue x

$$(E_m), \quad x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m = 0$$

1pts

①

a) Montrer que le discriminant réduit de (E_m) est $\Delta' = 1 - m$.

b) Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de (E_m) .

1pts

②

On suppose dans la suite que $m < 1$ et on note x_1 et x_2 les deux solutions de (E_m) .

a) Donner la somme $S = x_1 + x_2$ et le produit $P = x_1 x_2$ en fonction de m .

b) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles x_1 et x_2 sont de signes contraires.

2pts

③

a) Exprimer $x_1^2 + x_2^2$ en fonction de m , puis déterminer m pour que $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

b) On suppose de plus que x_1 et x_2 sont non nuls. Déterminer m pour que

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$$

○ Exercice 5 (3 points)

1.5pts

①

a) Déterminer deux nombres réels dont la somme est 7 et le produit 12.

b) Existe-t-il deux nombres réels dont la somme est 5 et le produit 7 ? Justifier.

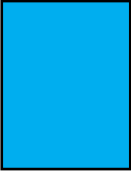
c) Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

1.5pts

②

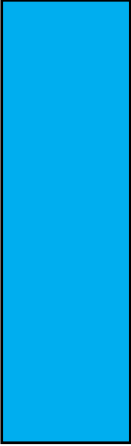
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes d'inéquations suivants.

a) $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ 2x - 1 > 3 \end{cases}$



$$b) \begin{cases} -x^2 + x + 6 \geq 0 \\ \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \end{cases}$$

○ Bonus (4 points)



On cherche tous les couples (x, y) de nombres réels vérifiant

$$\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$$

- (1) On pose $s = x + y$ et $p = xy$. Montrer que $s + p = 11$ et $sp = 30$.
- (2) En déduire les valeurs possibles du couple (s, p) .
- (3) Résoudre alors le système proposé.

* * *

Fin