المملكة المغربية — وزارة التربية الوطنية

جميع فروض الأولمبياد الوطنية في الرياضيات

مستوى الجذع المشترك

∇ · lim · Δ · √ · Π · Σ · ∫

تم تجميعها وإعادة كتابتها من طرف

ذ. سعد شكري

نسخة مايو 2026

Tous les Tests des Olympiades Nationales de Mathématiques

Niveau Tronc Commun — 2017 à 2026

Compilé & rédigé par Saad Choukri

Ce polycopié est le fruit d'un travail rigoureux de collecte, de réécriture et de mise en forme de l'ensemble des sujets de sélection pour les stages nationaux de mathématiques, au niveau Tronc Commun, couvrant la période allant de 2017 à 2026. Il s'adresse aussi bien aux élèves préparant les olympiades qu'aux enseignants désireux d'enrichir leurs ressources pédagogiques.

LANGUES DES PROBLÈMES

Arabe | Français | English

COUVERTURE TEMPORELLE 2017 – 2026

2017 — 2019 — 2021 — 2023 — 2026

NATURE DE CE DOCUMENT

STATUT DE LA VERSION
Version réécrite par l'auteur — non copie officielle

NIVEAU CIBLÉ
Tronc Commun — qualification stages nationaux

PUBLIC VISÉ
Élèves olympiques & enseignants de mathématiques

ÉDITION
Version Mai 2026

À PROPOS DES SOLUTIONS

- Des propositions de solutions sont les bienvenues et seront intégrées au fur et à mesure.
- Si la réactivité des lecteurs est au rendez-vous, l'auteur rédigera des solutions complètes dans un moyen terme.
- Toutes les observations et remarques constructives concernant le contenu sont les bienvenues.

PARTICIPER & CONTRIBUER

saadchoukri00@gmail.com · www.saadchoukri.com/forum/olympiades

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 24 نونبر 2017	مدة الإنجاز. ساعتان و نصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs tels que

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\sqrt{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=2$$

- Calculer la valeur du nombre :

$$\frac{x+y+z}{xy+yz+zx}$$

Problem 1. Let x, y and z be three strictly positive real numbers such that

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\sqrt{2} \quad \text{and} \quad \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=$$

- Calculate the value of the number :

$$\frac{x+y+z}{xy+yz+zx}$$

المسألة 1. لتكن x و y و z أعداداً حقيقية موجبة قطعاً حيث

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\sqrt{2} \quad \text{و} \quad \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=2$$

- احسب قيمة العدد:

$$\frac{x+y+z}{xy+yz+zx}$$

Problème 2. Soient $ABCD$ un parallélogramme et I le milieu du segment $[BC]$. Soit H la projection orthogonale du point D sur la droite (AI).

- Montrer que $CH = CD$.

Problem 2. Let $ABCD$ be a parallelogram and I the midpoint of segment $[BC]$. Let H be the orthogonal projection of point D onto line (AI).

- Show that $CH = CD$.

المسألة 2. ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و I منتصف القطعة $[BC]$. لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AI).

- بيّن أن $CH = CD$.

Problème 3.

(1) Vérifier que : $ax+\dfrac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$ où x, a et b sont des réels strictement positifs.

(2) Montrer que

$$\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y} \geq x+y+z$$

où x, y et z sont des réels strictement positifs. Étudier le cas d'égalité.

Problem 3.

(1) Verify that : $ax+\dfrac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$ where x, a and b are strictly positive reals.

(2) Show that

$$\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y} \geq x+y+z$$

where x, y and z are strictly positive reals. Study the equality case.

المسألة 3.

(1) تحقق من أن: $ax+\dfrac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$ حيث x و a و b أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

(2) بيّن أن

$$\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y} \geq x+y+z$$

حيث x و y و z أعداد حقيقية موجبة قطعاً. ادرس حالة التساوي.

Problème 4. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère cinq points, les coordonnées de chacun d'eux sont des entiers naturels.

- Montrer que, parmi ces cinq points, il existe au moins deux points qui forment un segment dont les coordonnées de son milieu sont aussi des entiers naturels.

Problem 4. The plane is equipped with an orthonormal frame $(O,\vec{i},\vec{j})$. Consider five points, each having natural number coordinates.

- Show that among these five points, there exist at least two points that form a segment whose midpoint also has natural number coordinates.

المسألة 4. المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعتبر خمسة نقط، أعداد إحداثيات كل واحدة منها أعداداً صحيحة طبيعية.

- بيّن أنه، من بين هذه النقط الخمس، توجد على الأقل نقطتان تحددان قطعة، إحداثيات منتصفها كذلك أعداداً صحيحة طبيعية.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 22 دجنبر 2017 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Soient m, n et p des entiers naturels non nuls tels que $m+n+p=2017$. • Résoudre l'équation $$x+my+nz+pt=2018$$ d'inconnues les entiers naturels non nuls x, y, z et t.	PROBLEM 1. Let m, n and p be nonzero natural numbers such that $m+n+p=2017$. • Solve the equation $$x+my+nz+pt=2018$$ where the unknowns x, y, z and t are nonzero natural numbers.	المسألة 1. لتكن m و n و p أعداداً صحيحة طبيعية غير معدومة حيث $m+n+p=2017$. • حل المعادلة $$x+my+nz+pt=2018$$ ذات المجاهيل الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة x و y و z و t.
PROBLÈME 2. **(1)** Soient a, b, u et v de $\mathbb{R}^{*+}$. Montrer que $$\frac{a^2}{u}+\frac{b^2}{v}\geq\frac{(a+b)^2}{u+v}.$$ Quand est-ce qu'on a l'égalité ? **(2)** Pour tout x, y et z de $\mathbb{R}^{*+}$, prouver que : $$\frac{x^2+y^2}{z}+\frac{y^2+z^2}{x}+\frac{z^2+x^2}{y}\geq 2(x+y+z)$$	PROBLEM 2. **(1)** Let a, b, u and v be elements of $\mathbb{R}^{*+}$. Show that $$\frac{a^2}{u}+\frac{b^2}{v}\geq\frac{(a+b)^2}{u+v}.$$ When does equality hold ? **(2)** For all x, y and z in $\mathbb{R}^{*+}$, prove that : $$\frac{x^2+y^2}{z}+\frac{y^2+z^2}{x}+\frac{z^2+x^2}{y}\geq 2(x+y+z)$$	المسألة 2. (1) لتكن a و b و u و v من $\mathbb{R}^{*+}$. بيّن أن $$\frac{a^2}{u}+\frac{b^2}{v}\geq\frac{(a+b)^2}{u+v}.$$ متى يتحقق التساوي؟ (2) لكل x و y و z من $\mathbb{R}^{*+}$، أثبت أن: $$\frac{x^2+y^2}{z}+\frac{y^2+z^2}{x}+\frac{z^2+x^2}{y}\geq 2(x+y+z)$$
PROBLÈME 3. Soient ABC un triangle, O le centre de son cercle circonscrit $(\mathcal{C})$ et D le point diamétralement opposé à A. La droite tangente à $(\mathcal{C})$ au point D coupe la droite (BC) en un point P. On considère le cas où la droite (OP) coupe les segments $[AB]$ et $[AC]$ respectivement aux points N et M. • Montrer que $OM=ON$.	PROBLEM 3. Let ABC be a triangle, O the centre of its circumscribed circle $(\mathcal{C})$ and D the point diametrically opposite to A. The tangent to $(\mathcal{C})$ at point D meets line (BC) at a point P. Consider the case where line (OP) meets segments $[AB]$ and $[AC]$ at points N and M respectively. • Show that $OM=ON$.	المسألة 3. ليكن ABC مثلثاً و O مركز دائرته المحيطة $(\mathcal{C})$ و D النقطة المقابلة قطرياً للنقطة A. المستقيم المماس للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة D يقطع المستقيم (BC) في النقطة P. نعتبر الحالة التي يقطع فيها المستقيم (OP) القطعتين $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي في النقطتين N و M. • بيّن أن $OM=ON$.
PROBLÈME 4. Nous écrivons les nombres entiers naturels consécutifs, commençant par 1, dans toutes les cases d'un tableau rectangulaire de la manière suivante : chaque case contient un seul nombre, dans chaque ligne les nombres sont écrits dans l'ordre croissant de gauche à droite. Les nombres 100 et 193 sont écrits sur la même colonne, mais le nombre 100 est écrit dans une case de la ligne du milieu et le nombre 193 est écrit dans une case de la dernière ligne. • Combien de nombres sont écrits dans ce tableau ?	PROBLEM 4. We write the consecutive natural numbers, starting from 1, in all the cells of a rectangular table as follows : each cell contains exactly one number, and in each row the numbers are written in increasing order from left to right. The numbers 100 and 193 are written in the same column, but 100 is written in a cell of the middle row and 193 is written in a cell of the last row. • How many numbers are written in this table ?	المسألة 4. نكتب الأعداد الصحيحة الطبيعية المتتابعة، بدءاً من 1، في جميع خانات شبكة مستطيلة على النحو التالي: كل خانة تحتوي على عدد وحيد وفي كل سطر يتم كتابة الأعداد مرتبة ترتيباً تزايدياً من اليسار إلى اليمين. العددان 100 و 193 كتبا في نفس العمود، لكن العدد 100 كتب في خانة من السطر الأوسط والعدد 193 كتب في خانة من السطر الأخير. • كم عدد تمت كتابته في هذه الشبكة ؟

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 9 فبراير 2018 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels distincts tels que $x+1=(y-1)^2$ et $y+1=(x-1)^2$. • Calculer la valeur du nombre $\left(\frac{x^2+y^2}{3}\right)^{2018}$	PROBLEM 1. Let x and y be two distinct real numbers such that $x+1=(y-1)^2$ and $y+1=(x-1)^2$. • Calculate the value of the number $\left(\frac{x^2+y^2}{3}\right)^{2018}$	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين مختلفين حيث $x+1=(y-1)^2$ و $y+1=(x-1)^2$. • احسب قيمة العدد $\left(\frac{x^2+y^2}{3}\right)^{2018}$
PROBLÈME 2. **(1)** Déterminer le nombre premier p tel que le nombre entier naturel $19p+1$ soit un carré parfait. **(2)** Montrer que le reste de la division euclidienne du nombre 2^{16} par p est égal à 1.	PROBLEM 2. **(1)** Find the prime number p such that the natural number $19p+1$ is a perfect square. **(2)** Show that the remainder of the Euclidean division of 2^{16} by p equals 1.	المسألة 2. (1) حدّد العدد الأولي p ليكون العدد الصحيح الطبيعي $19p+1$ مربعاً كاملاً. (2) بيّن أن باقي القسمة الأقليدية للعدد 2^{16} على p يساوي 1.
PROBLÈME 3. On considère un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et soit $[AB]$ un de ses diamètres. Soit E un point extérieur au cercle $(\mathcal{C})$ et n'appartenant pas à la droite (AB). Les droites passant par E et tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ aux points S et T tels que le point S soit le plus proche du point A. Soit H la projection orthogonale du point E sur la droite (AB). • Montrer que $\widehat{THE}=\widehat{EHS}$.	PROBLEM 3. Consider a circle $(\mathcal{C})$ with centre O and let $[AB]$ be one of its diameters. Let E be a point exterior to circle $(\mathcal{C})$ and not belonging to line (AB). The lines through E tangent to circle $(\mathcal{C})$ touch it at points S and T, where S is the closest to point A. Let H be the orthogonal projection of point E onto line (AB). • Show that $\widehat{THE}=\widehat{EHS}$.	المسألة 3. نعتبر دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها O وليكن $[AB]$ أحد أقطارها. لتكن E نقطة خارج الدائرة $(\mathcal{C})$ ولا تنتمي إلى المستقيم (AB). المستقيمان المماران من E والمماسان للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطتين S و T حيث تكون النقطة S الأقرب من النقطة A. ليكن H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AB). • بيّن أن $\widehat{THE}=\widehat{EHS}$.
PROBLÈME 4. On considère 100 élèves d'un lycée. Parmi eux, 45 pratiquent le basketball, 53 pratiquent le handball, 55 pratiquent le football, 28 pratiquent le basketball et le handball, 32 pratiquent le basketball et le football, 35 pratiquent le handball et le football et 20 pratiquent les trois sports. • Quel est le nombre d'élèves qui ne pratiquent aucun de ces trois sports ?	PROBLEM 4. Consider 100 students of a high school. Among them, 45 play basketball, 53 play handball, 55 play football, 28 play basketball and handball, 32 play basketball and football, 35 play handball and football, and 20 play all three sports. • What is the number of students who play none of these three sports ?	المسألة 4. نعتبر 100 تلميذاً من ثانوية. من بينهم، 45 يمارسون كرة السلة و 53 يمارسون كرة اليد و 55 يمارسون كرة القدم و 28 يمارسون كرة السلة وكرة اليد و 32 يمارسون كرة السلة وكرة القدم و 35 يمارسون كرة اليد وكرة القدم و 20 يمارسون الرياضات الثلاثة. • ما هو عدد التلاميذ الذين لا يمارسون أياً من هذه الرياضات الثلاثة ؟

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 23 فبراير 2018 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

PROBLÈME 1. On considère un rectangle $ABCD$ de centre le point O de longueur AB et de largeur AD. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle OBC. Le cercle $(\mathcal{C})$ coupe le segment $[AB]$ en un deuxième point E. • Montrer que le triangle AEC est isocèle.	PROBLEM 1. Consider a rectangle $ABCD$ with centre O, length AB and width AD. Let $(\mathcal{C})$ be the circumscribed circle of triangle OBC. Circle $(\mathcal{C})$ meets segment $[AB]$ at a second point E. • Show that triangle AEC is isosceles.	المسألة 1. نعتبر مستطيلاً $ABCD$ مركزه النقطة O وطوله AB وعرضه AD. لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة المحيطة بالمثلث OBC. الدائرة $(\mathcal{C})$ تقطع القطعة $[AB]$ في نقطة ثانية E. • بيّن أن المثلث AEC متساوي الساقين.
PROBLÈME 2. Déterminer tous les entiers naturels non nuls x et y qui vérifient $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$	PROBLEM 2. Find all nonzero natural numbers x and y satisfying $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$	المسألة 2. حدّد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة x و y التي تحقق $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$
PROBLÈME 3. Soit ABC un triangle. On pose $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $\widehat{BAC}=\alpha$, $\widehat{CBA}=\beta$ et $\widehat{ACB}=\gamma$. On suppose que $\alpha>\beta>\gamma$. **(1)** Montrer que $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ **(2)** Montrer que $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$	PROBLEM 3. Let ABC be a triangle. Set $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $\widehat{BAC}=\alpha$, $\widehat{CBA}=\beta$ and $\widehat{ACB}=\gamma$. Assume $\alpha>\beta>\gamma$. **(1)** Show that $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ **(2)** Show that $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$	المسألة 3. ليكن ABC مثلثاً. نضع $AB=c$ و $AC=b$ و $BC=a$ و $\widehat{BAC}=\alpha$ و $\widehat{CBA}=\beta$ و $\widehat{ACB}=\gamma$. نفترض أن $\alpha>\beta>\gamma$. (1) بيّن أن $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ (2) بيّن أن $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$
PROBLÈME 4. On dit qu'un sous-ensemble non vide A de $\mathbb{N}$ est **complet** si pour tout entiers naturels a et b tels que $a+b\in A$, alors le nombre ab appartient aussi à A. • Trouver tous les ensembles complets de l'ensemble $\mathbb{N}$.	PROBLEM 4. We say that a non-empty subset A of $\mathbb{N}$ is **complete** if for all natural numbers a and b such that $a+b\in A$, the number ab also belongs to A. • Find all complete subsets of $\mathbb{N}$.	المسألة 4. نقول عن مجموعة جزئية غير فارغة A من $\mathbb{N}$ إنها تامة إذا كان لكل عددين صحيحين طبيعيين a و b حيث $a+b\in A$، فإن العدد ab ينتمي كذلك إلى A. أوجد جميع المجموعات التامة للمجموعة $\mathbb{N}$. • أوجد جميع المجموعات التامة للمجموعة $\mathbb{N}$.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 23 مارس 2018 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Trouver tous les nombres réels strictement positifs x, y et z tels que $$\frac{1}{x}+y+z=\frac{1}{y}+x+z=\frac{1}{z}+x+y=3$$	PROBLEM 1. Find all strictly positive real numbers x, y and z such that $$\frac{1}{x}+y+z=\frac{1}{y}+x+z=\frac{1}{z}+x+y=3$$	المسألة 1. أوجد جميع الأعداد الحقيقية الموجبة قطعاً x و y و z حيث $$\frac{1}{x}+y+z=\frac{1}{y}+x+z=\frac{1}{z}+x+y=3$$
PROBLÈME 2. Soit $ABCD$ un quadrilatère cyclique tel que $(AC)\perp(BD)$, et soit (Δ) la droite image de la droite (AC) par la symétrie axiale d'axe la bissectrice intérieure de l'angle $[\widehat{BAD}]$. • Montrer que la droite (Δ) passe par le centre du cercle circonscrit au quadrilatère $ABCD$.	PROBLEM 2. Let $ABCD$ be a cyclic quadrilateral such that $(AC)\perp(BD)$, and let (Δ) be the image of line (AC) under the reflection whose axis is the interior bisector of angle $[\widehat{BAD}]$. • Show that line (Δ) passes through the centre of the circumscribed circle of quadrilateral $ABCD$.	المسألة 2. ليكن $ABCD$ رباعياً دائرياً حيث $(AC)\perp(BD)$، وليكن (Δ) صورة المستقيم (AC) بالتماثل المحوري الذي محوره المنصف الداخلي للزاوية $[\widehat{BAD}]$. • بيّن أن المستقيم (Δ) يمر من مركز الدائرة المحيطة بالرباعي $ABCD$.
PROBLÈME 3. On considère le nombre entier naturel N dont l'écriture décimale est $$N=\underbrace{11\ldots11}_{n\text{ fois}}\underbrace{22\ldots22}_{(n+1)\text{ fois}}5,\quad(n\in\mathbb{N}^*).$$ • Montrer que le nombre N est un carré parfait.	PROBLEM 3. Consider the natural number N whose decimal representation is $$N=\underbrace{11\ldots11}_{n\text{ times}}\underbrace{22\ldots22}_{(n+1)\text{ times}}5,\quad(n\in\mathbb{N}^*).$$ • Show that N is a perfect square.	المسألة 3. نعتبر العدد الصحيح الطبيعي N الذي كتابته العشرية هي $$N=\underbrace{11\ldots11}_{n\text{ مرة}}\underbrace{22\ldots22}_{(n+1)\text{ مرة}}5,\quad(n\in\mathbb{N}^*).$$ • بيّن أن العدد N مربع كامل.
PROBLÈME 4. On suppose que les nombres entiers relatifs sont colorés en rouge et bleu selon les deux règles suivantes : **(1)** le nombre 1 est de couleur rouge ; **(2)** si deux nombres a et b (pas nécessairement distincts) sont de couleur rouge, alors les nombres $a+b$ et $a-b$ sont de couleurs différentes. • Quelle est la couleur du nombre 2018 ?	PROBLEM 4. Suppose that the integers are colored red and blue according to the following two rules : **(1)** the number 1 is red ; **(2)** if two numbers a and b (not necessarily distinct) are red, then $a+b$ and $a-b$ are of different colors. • What is the color of the number 2018 ?	المسألة 4. نفترض أن الأعداد الصحيحة النسبية ملونة باللونين الأحمر والأزرق تبعاً للقاعدتين: (1) لون العدد 1 أحمر؛ (2) إذا كان عددان a و b (غير مختلفين بالضرورة) لونهما أحمر فإن العددين $a+b$ و $a-b$ مختلفي اللون. • ما هو لون العدد 2018 ؟

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 27 أبريل 2018	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soit f une fonction polynomiale telle que $f(1) = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a :

$$f(2n) = 2f(n), \quad f(2n+1) = 2f(n)+1$$

- Calculer $f(2018)$.

Problem 1. Let f be a polynomial function such that $f(1) = 0$ and for all $n \in \mathbb{N}^*$:

$$f(2n) = 2f(n), \quad f(2n+1) = 2f(n)+1$$

- Calculate $f(2018)$.

المسألة 1. لتكن f دالة حدودية حيث $f(1) = 0$ ولكل $n \in \mathbb{N}^*$ لدينا:

$$f(2n) = 2f(n), \quad f(2n+1) = 2f(n)+1$$

- احسب $f(2018)$.

Problème 2. Soit $ABCD$ un trapèze tel que (AB) soit parallèle à (CD), $AB = 42$, $BC = 20$ et $DA = 15$. On considère le cercle $(\mathcal{C})$ tangent aux droites (BC) et (AD) et de centre le point P du segment $[AB]$.

- Calculer le produit $PA \times PB$.

Problem 2. Let $ABCD$ be a trapezoid such that $(AB) \parallel (CD)$, $AB = 42$, $BC = 20$ and $DA = 15$. Consider the circle $(\mathcal{C})$ tangent to lines (BC) and (AD) with centre the point P on segment $[AB]$.

- Calculate the product $PA \times PB$.

المسألة 2. ليكن $ABCD$ شبه منحرف حيث (AB) يوازي (CD) و $AB = 42$ و $BC = 20$ و $DA = 15$. نعتبر الدائرة $(\mathcal{C})$ المماسة للمستقيمين (BC) و (AD) والتي مركزها النقطة P من القطعة $[AB]$.

- احسب الجداء $PA \times PB$.

Problème 3. Trouver le plus petit entier $n \geq 2$ tel que toutes les fractions suivantes

$$\frac{19}{n+19}, \frac{20}{n+20}, \frac{21}{n+21}, \cdots, \frac{91}{n+91}$$

soient irréductibles.

Problem 3. Find the smallest integer $n \geq 2$ such that all the following fractions

$$\frac{19}{n+19}, \frac{20}{n+20}, \frac{21}{n+21}, \cdots, \frac{91}{n+91}$$

are irreducible.

المسألة 3. أوجد أصغر عدد صحيح $n \geq 2$ حيث تكون كل الكسور التالية

$$\frac{19}{n+19}, \frac{20}{n+20}, \frac{21}{n+21}, \cdots, \frac{91}{n+91}$$

غير قابلة للاختزال.

Problème 4. De combien de façons peut-on colorier les cellules $c_1, c_2, \ldots, c_8$ du tableau ci-dessous par les trois couleurs : bleu, rouge et vert, sachant que deux cellules adjacentes quelconques (horizontalement ou verticalement) ne soient pas de même couleur ?

c_1	c_2	c_3	c_4	
	c_5	c_6	c_7	c_8

Problem 4. In how many ways can the cells $c_1, c_2, \ldots, c_8$ of the table below be colored with three colors : blue, red and green, such that any two adjacent cells (horizontally or vertically) are not the same color ?

c_1	c_2	c_3	c_4	
	c_5	c_6	c_7	c_8

المسألة 4. بكم من طريقة يمكن تلوين الخانات c_1 و c_2 و... و c_8 من الجدول أسفله بثلاثة ألوان أزرق وأحمر وأخضر علماً أن كل خانتين متحاذيتين (أفقياً أو عمودياً) ليس لهما نفس اللون ؟

c_1	c_2	c_3	c_4	
	c_5	c_6	c_7	c_8

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 16 نونبر 2018 | مدة الإنجاز. ساعتان و نصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Déterminer tous les triplets (x, y, z) de nombres réels vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

Problem 1. Find all triples (x, y, z) of real numbers satisfying the following system :

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

المسألة 1. حدّد جميع المثلوثات (x, y, z) من أعداد حقيقية التي تحقق النظامة التالية:

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

Problème 2. On considère un segment $[AB]$ et soient D_0, D_1, ..., et D_{2018} des points appartenant à $[AB]$ tels que $D_0 = A$, $D_{2018} = B$ et

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- Si C est un point du plan tel que $[\widehat{BCA}] = 90°$, prouver que :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

Problem 2. Consider a segment $[AB]$ and let D_0, D_1, ..., D_{2018} be points on $[AB]$ such that $D_0 = A$, $D_{2018} = B$ and

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- If C is a point in the plane such that $[\widehat{BCA}] = 90°$, prove that :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

المسألة 2. نعتبر قطعة $[AB]$ ولتكن D_0 و D_1 و ... و D_{2018} نقطاً تنتمي إلى $[AB]$ بحيث $D_0 = A$ و $D_{2018} = B$ و

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- إذا كانت C نقطة من المستوى حيث $[\widehat{BCA}] = 90°$، أثبت أن:

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

Problème 3. Soient a et b deux entiers naturels non nuls tels que a^2b divise $b^2 + 3a$.

(1) Vérifier que $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ et $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$, puis prouver que $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) Déterminer tous les couples (a, b) d'entiers naturels non nuls, tels que a^2b divise $b^2 + 3a$.

Problem 3. Let a and b be two nonzero natural numbers such that a^2b divides $b^2 + 3a$.

(1) Verify that $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ and $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$, then prove that $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) Find all pairs (a, b) of nonzero natural numbers such that a^2b divides $b^2 + 3a$.

المسألة 3. ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير معدومين بحيث a^2b يقسم $b^2 + 3a$.

(1) تحقق أن $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ و $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$، ثم أثبت أن $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) حدّد جميع الأزواج (a, b) من أعداد صحيحة طبيعية غير معدومة، بحيث a^2b يقسم

$$b^2 + 3a$$

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 14 دجنبر 2018 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels non nuls vérifiant : $$x^3+y^3+3x^2y^2=x^3y^3.$$ • Déterminer toutes les valeurs possibles du nombre $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.	PROBLEM 1. Let x and y be two nonzero real numbers satisfying : $$x^3+y^3+3x^2y^2=x^3y^3.$$ • Find all possible values of the number $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين غير منعدمين يحققان: $$x^3+y^3+3x^2y^2=x^3y^3.$$ • حدّد جميع القيم الممكنة للعدد $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.
PROBLÈME 2. Soit $ABCD$ un parallélogramme. I et J sont, respectivement, deux points des segments $[AD]$ et $[AB]$ tels que $ID=JB$. • Montrer que $\widehat{BCP}=\widehat{PCD}$, où P est le point d'intersection des droites (JD) et (BI).	PROBLEM 2. Let $ABCD$ be a parallelogram. I and J are, respectively, two points of segments $[AD]$ and $[AB]$ such that $ID=JB$. • Show that $\widehat{BCP}=\widehat{PCD}$, where P is the intersection point of lines (JD) and (BI).	المسألة 2. ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع. I و J هما على التوالي نقطتين من القطعتين $[AD]$ و $[AB]$ بحيث $ID=JB$. • بيّن أن $\widehat{BCP}=\widehat{PCD}$، حيث P هي نقطة تقاطع المستقيمين (JD) و (BI).
PROBLÈME 3. Un jardinier a un terrain rectangulaire de dimensions 120 m et 100 m. Sur ce terrain, il y a 9 jardins circulaires de même diamètre 5 m. • Prouver que quelle que soit la position des jardins, ce jardinier peut toujours construire un jardin rectangulaire de dimensions 25 m et 35 m.	PROBLEM 3. A gardener has a rectangular plot of dimensions 120 m and 100 m. On this plot, there are 9 circular gardens of the same diameter 5 m. • Prove that regardless of the position of the gardens, this gardener can always build a rectangular garden of dimensions 25 m and 35 m.	المسألة 3. لبستاني قطعة أرضية مستطيلة بعداها م 120 وم 100. على هذه القطعة الأرضية، توجد 9 حدائق دائرية لها نفس القطر م 5. • أثبت أنه، بغض النظر عن موقع الحدائق، لا يزال بإمكان هذا البستاني تشييد حديقة مستطيلة بعداها م 25 وم 35.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 8 فبراير 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soient a, b, c et d des nombres réels strictement positifs tels que :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{et} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) Prouver que $ab \geq 4$.

(2) Trouver la valeur minimale du nombre $ab + cd$.

Problem 1. Let a, b, c and d be strictly positive real numbers such that :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{and} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) Prove that $ab \geq 4$.

(2) Find the minimum value of the number $ab + cd$.

المسألة 1. ليكن a و b و c و d أعداداً حقيقية موجبة قطعاً بحيث:

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{و} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) أثبت أن $ab \geq 4$.

(2) أوجد القيمة الدنيا للعدد $ab + cd$.

Problème 2. Soit ABC un triangle et $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit. La hauteur issue du sommet A coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en un point D et coupe le segment $[BC]$ en un point E. Soit J le milieu du segment $[CD]$.

- Montrer que les droites (EJ) et (AB) sont perpendiculaires.

Problem 2. Let ABC be a triangle and $(\mathcal{C})$ its circumscribed circle. The altitude from vertex A meets circle $(\mathcal{C})$ at a point D and meets segment $[BC]$ at a point E. Let J be the midpoint of segment $[CD]$.

- Show that lines (EJ) and (AB) are perpendicular.

المسألة 2. ليكن ABC مثلثاً و $(\mathcal{C})$ دائرته المحيطة. الارتفاع المار من الرأس A يقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ في نقطة D ويقطع القطعة $[BC]$ في نقطة E. لتكن J منتصف القطعة $[CD]$.

- بيّن أن المستقيمين (EJ) و (AB) متعامدين.

Problème 3. On dit qu'un nombre premier p est **charmant**, s'il s'écrit sous la forme $p = m^3 - n^3$ pour $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Donner trois exemples de nombres premiers charmants ayant les chiffres des unités deux-à-deux distincts.

(2) Trouver toutes les valeurs possibles du chiffre des unités d'un nombre premier charmant.

Problem 3. We say that a prime number p is **charming**, if it can be written in the form $p = m^3 - n^3$ for $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Give three examples of charming prime numbers with pairwise distinct units digits.

(2) Find all possible values of the units digit of a charming prime number.

المسألة 3. نقول عن عدد أولي موجب p إنه جميل، إذا كان يكتب على شكل $p = m^3 - n^3$ من أجل $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) أعط ثلاثة أمثلة لأعداد أولية جميلة أرقام وحداتها مختلفة مثنى مثنى.

(2) أوجد جميع القيم الممكنة لرقم وحدات عدد أولي جميل.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 22 فبراير 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Soit $f(x)$ un polynôme de degré 5 tel que : $f(1)=0,\ f(3)=1,\ f(9)=2,\ f(27)=3,$ $f(81)=4$ et $f(243)=5.$ • Trouver le coefficient de x du polynôme $f(x)$.	PROBLEM 1. Let $f(x)$ be a polynomial of degree 5 such that : $f(1)=0,\ f(3)=1,\ f(9)=2,\ f(27)=3,$ $f(81)=4$ and $f(243)=5.$ • Find the coefficient of x in the polynomial $f(x)$.	المسألة 1. لتكن $f(x)$ حدودية درجتها 5 بحيث: $f(1)=0,\ f(3)=1,\ f(9)=2,\ f(27)=3,$ $f(81)=4$ و $f(243)=5.$ • أوجد معامل x للحدودية $f(x)$.
PROBLÈME 2. Soit (EA) une tangente à un cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ au point A $(E\notin(\mathcal{C}))$. On considère une droite passant par E et qui coupe le cercle $(\mathcal{C})$ aux points C et D telle que $C\in[ED]$. La droite (EO), où O est le centre de $(\mathcal{C})$, coupe $[BC]$ et $[BD]$ respectivement aux points F et G. • Montrer que O est le milieu de $[FG]$.	PROBLEM 2. Let (EA) be a tangent to a circle $(\mathcal{C})$ of diameter $[AB]$ at point A $(E\notin(\mathcal{C}))$. Consider a line through E cutting circle $(\mathcal{C})$ at points C and D such that $C\in[ED]$. Line (EO), where O is the centre of $(\mathcal{C})$, meets $[BC]$ and $[BD]$ at points F and G respectively. • Show that O is the midpoint of $[FG]$.	المسألة 2. ليكن (EA) مماساً لدائرة $(\mathcal{C})$ قطرها $[AB]$ في النقطة A $(E\notin(\mathcal{C}))$. نعتبر مستقيماً يمر من E ويقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطتين C و D حيث $C\in[ED]$. المستقيم (EO)، حيث O مركز الدائرة $(\mathcal{C})$، يقطع $[BC]$ و $[BD]$ على التوالي في النقطتين F و G. • بيّن أن O منتصف $[FG]$.
PROBLÈME 3. Un professeur de mathématiques a choisi cinq nombres deux-à-deux distincts de l'ensemble $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Le professeur a communiqué le produit de ces cinq nombres à un élève, et il lui a demandé si la somme de ces cinq nombres est paire ou impaire. Après un moment de réflexion, l'élève a répondu qu'il ne peut pas déterminer avec certitude la parité de la somme de ces cinq nombres. • Sachant que la réponse de l'élève est correcte, quel est le produit des cinq nombres qu'a calculé le professeur ?	PROBLEM 3. A mathematics teacher chose five pairwise distinct numbers from the set $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. The teacher communicated the product of these five numbers to a student and asked whether the sum of the five numbers is even or odd. After a moment of thought, the student replied that he cannot determine with certainty the parity of the sum of the five numbers. • Knowing that the student's answer is correct, what is the product of the five numbers the teacher calculated ?	المسألة 3. اختار أستاذ للرياضيات خمسة أعداد مثنى مثنى مختلفة من المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. أخبر الأستاذ تلميذاً بقيمة جداء هذه الأعداد الخمس، وسأله ما إذا كان مجموع هذه الأعداد الخمس زوجي أو فردي. بعد لحظة من التفكير، أجاب التلميذ أنه لا يستطيع تحديد زوجية مجموع هذه الأعداد الخمس بالتأكيد. • علماً أن إجابة التلميذ صحيحة، ما هو جداء الأعداد الخمس الذي حسبه الأستاذ ؟

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 22 مارس 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. On considère un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O. Soient (AB) et (AC) deux droites tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ aux points B et C. Le point E appartient au diamètre $[BD]$ tel que $(CE) \perp (BD)$.

(1) Montrer que

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) Montrer que

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

Problem 1. Consider a circle $(\mathcal{C})$ with centre O. Let (AB) and (AC) be two tangent lines to circle $(\mathcal{C})$ at points B and C. Point E lies on diameter $[BD]$ such that $(CE) \perp (BD)$.

(1) Show that

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) Show that

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

المسألة 1. نعتبر دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها O. ليكن (AB) و (AC) مستقيمين مماسين للدائرة $(\mathcal{C})$ عند النقطتين B و C. النقطة E تنتمي للقطر $[BD]$ بحيث $(CE) \perp (BD)$.

(1) بيّن أن

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) بيّن أن

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

Problème 2. Trouver le plus petit nombre réel m, pour lequel il existe deux nombres réels a et b tels que l'inégalité

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

soit vérifiée pour tout x de l'intervalle $[-1, 1]$.

Problem 2. Find the smallest real number m, for which there exist two real numbers a and b such that the inequality

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

holds for all x in the interval $[-1\,1]$.

المسألة 2. أوجد أصغر عدد حقيقي m، الذي من أجله يوجد عددان حقيقيان a و b بحيث تكون المتفاوتة

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

محققة لكل x من المجال $[-1, 1]$.

Problème 3. Soit p un nombre premier. Supposons qu'il existe deux entiers naturels distincts m et n tels que

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- Montrer qu'il existe $a \in \mathbb{N}$ tel que

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{ou} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

Problem 3. Let p be a prime number. Suppose there exist two distinct natural numbers m and n such that

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- Show that there exists $a \in \mathbb{N}$ such that

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{or} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

المسألة 3. ليكن p عدداً أولياً. نفترض أنه يوجد عددان صحيحان طبيعيان مختلفان m و n بحيث

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- بيّن أنه يوجد a من $\mathbb{N}$ حيث

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{أو} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 26 أبريل 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. On considère les nombres réels strictement positifs a, b et c tels que : $$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$ • Trouver la valeur maximale possible du nombre $b+c$ et déterminer tous les triplets (a,b,c) pour lesquels cette valeur maximale est atteinte.	PROBLEM 1. Consider strictly positive real numbers a, b and c such that : $$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$ • Find the maximum possible value of the number $b+c$ and determine all triples (a,b,c) for which this maximum value is achieved.	المسألة 1. نعتبر الأعداد الحقيقية الموجبة قطعاً a و b و c بحيث: $$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$ • أوجد القيمة القصوى الممكنة للعدد $b+c$ وحدّد جميع المثلوثات (a,b,c)، التي من أجلها تتحقق هذه القيمة القصوى.
PROBLÈME 2. Soient $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ deux cercles tangents extérieurement au point T. Les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont les tangentes communes à $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ respectivement aux points E et F. La droite (ET) coupe $(\mathcal{C}_2)$ une deuxième fois au point G. • Sachant que A est le point d'intersection de (Δ_1) et (Δ_2), montrer que $(AT) \parallel (GF)$.	PROBLEM 2. Let $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$ be two circles tangent externally at point T. Lines (Δ_1) and (Δ_2) are the common tangents to $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$ at points E and F respectively. Line (ET) meets $(\mathcal{C}_2)$ a second time at point G. • Given that A is the intersection point of (Δ_1) and (Δ_2), show that $(AT) \parallel (GF)$.	المسألة 2. لتكن $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ دائرتين متماستين خارجياً في النقطة T. المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) مماسان مشتركان لـ $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ على التوالي في النقطتين E و F. المستقيم (ET) يقطع $(\mathcal{C}_2)$ مرة ثانية في النقطة G. • علماً أن A هي نقطة تقاطع (Δ_1) و (Δ_2)، بيّن أن $(AT) \parallel (GF)$.
PROBLÈME 3. Sur une période de 100 jours, chacun des six amis a nagé exactement 75 jours et pendant n jours ($n \leq 100$), au moins cinq de ces amis ont nagé. • Déterminer la plus grande et la plus petite valeur du nombre n.	PROBLEM 3. Over a period of 100 days, each of six friends swam exactly 75 days and during n days ($n \leq 100$), at least five of these friends swam. • Determine the largest and smallest value of the number n.	المسألة 3. على مدى 100 يوم سبح كل واحد من ستة أصدقاء مدة 75 يوماً بالضبط وخلال n يوماً $(n \leq 100)$، سبح على الأقل خمسة من هؤلاء الأصدقاء. • حدد أكبر وأصغر قيمة للعدد n.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 13 دجنبر 2019 | مدة الإنجاز. ساعتان و نصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels tels que $xy = 1$. • Déterminer la plus petite valeur possible de l'expression : $x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 + y^6$	PROBLEM 1. Let x and y be two real numbers such that $xy = 1$. • Determine the smallest possible value of the expression : $x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 + y^6$	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث $xy = 1$. • حدّد أصغر قيمة ممكنة للتعبير: $x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 + y^6$
PROBLÈME 2. On considère un losange $ABCD$. Soit E un des points d'intersection des cercles $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$, où $(\mathcal{C}_1)$ est le cercle de centre B et passant par C, et $(\mathcal{C}_2)$ est le cercle de centre C et passant par B. La droite (ED) coupe $(\mathcal{C}_1)$ au point F. • Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AFB}$.	PROBLEM 2. Consider a rhombus $ABCD$. Let E be one of the intersection points of circles $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$, where $(\mathcal{C}_1)$ is the circle centred at B passing through C, and $(\mathcal{C}_2)$ is the circle centred at C passing through B. Line (ED) meets $(\mathcal{C}_1)$ at point F. • Determine the measure of angle $\widehat{AFB}$.	المسألة 2. نعتبر معيناً $ABCD$. لتكن E نقطة من نقطتي تقاطع $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$، حيث $(\mathcal{C}_1)$ هي الدائرة التي مركزها B وتمر من C، و $(\mathcal{C}_2)$ هي الدائرة التي مركزها C وتمر من B. المستقيم (ED) يقطع $(\mathcal{C}_1)$ في النقطة F. • حدّد قياس الزاوية $\widehat{AFB}$.
PROBLÈME 3. Trouver tous les entiers naturels pairs et non nuls n, qui vérifient les deux propriétés suivantes : **(i)** L'entier n admet au moins quatre diviseurs ; **(ii)** L'entier n s'écrit comme somme des carrés de ses quatre petits diviseurs.	PROBLEM 3. Find all nonzero even natural numbers n satisfying the following two properties : **(i)** The integer n has at least four divisors ; **(ii)** The integer n can be written as the sum of the squares of its four smallest divisors.	المسألة 3. أوجد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية الزوجية وغير المنعدمة n، التي تحقق الخاصيتين التاليتين: (i) العدد n يقبل أربعة قواسم على الأقل؛ (ii) العدد n يكتب كمجموع مربعات قواسمه الأربع الصغرى.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 7 فبراير 2020 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Trouver tous les triplets (x, y, z) de nombres réels, où $x \geq 1$, $y \geq 1$ et $z \geq 1$, qui vérifient le système suivant,

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

Problème 2. Considérons un point G à l'intérieur d'un parallélogramme $ABCD$. Soit $(\mathcal{C})$ un cercle passant par A et G et qui coupe, pour la deuxième fois, les côtés $[AB]$ et $[AD]$ aux points E et F respectivement. La droite (FG) coupe le côté $[BC]$ en H et la droite (EG) coupe le côté $[CD]$ en I. Le cercle circonscrit du triangle HGI coupe le cercle $(\mathcal{C})$ pour la deuxième fois en M, où $M \neq G$.

- Prouver que $M \in [AC]$.

Problème 3. Nous avons au moins 8 pommiers et 8 bananiers. Nous voulons planter seulement 8 arbres dans une rangée, tels qu'il ne devrait pas y avoir de pommiers entre deux bananiers.

- De combien de façons possibles peut-on planter ces huit arbres ?

Problem 1. Find all triples (x, y, z) of real numbers, where $x \geq 1$, $y \geq 1$ and $z \geq 1$, satisfying the following system,

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

Problem 2. Consider a point G inside a parallelogram $ABCD$. Let $(\mathcal{C})$ be a circle passing through A and G that meets, for the second time, sides $[AB]$ and $[AD]$ at points E and F respectively. Line (FG) meets side $[BC]$ at H and line (EG) meets side $[CD]$ at I. The circumscribed circle of triangle HGI meets circle $(\mathcal{C})$ for the second time at M, where $M \neq G$.

- Prove that $M \in [AC]$.

Problem 3. We have at least 8 apple trees and 8 banana trees. We want to plant only 8 trees in a row, such that there should be no apple trees between two banana trees.

- In how many possible ways can we plant these eight trees ?

المسألة 1. أوجد جميع المثلوثات (x, y, z) من أعداد حقيقية، حيث $x \geq 1$ و $y \geq 1$ و $z \geq 1$، التي تحقق النظامة التالية:

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

المسألة 2. نعتبر نقطة G داخل متوازي أضلاع $ABCD$. لتكن $(\mathcal{C})$ دائرة مارة من A و G والتي تقطع، للمرة الثانية، الضلعين $[AB]$ و $[AD]$ على التوالي في النقطتين E و F. المستقيم (FG) يقطع الضلع $[BC]$ في H والمستقيم (EG) يقطع الضلع $[CD]$ في I. الدائرة المحيطة بالمثلث HGI تقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ للمرة الثانية في M، حيث $M \neq G$.

- أثبت أن $M \in [AC]$.

المسألة 3. لدينا ما لا يقل عن 8 أشجار تفاح و8 أشجار موز. نريد زراعة 8 أشجار فقط في صف واحد، بحيث لا تكون هناك أشجار تفاح بين شجرتَي موز.

- كم عدد الطرق الممكنة التي يمكن أن نزرع بها هذه الأشجار الثمانية ؟

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 13 مارس 2020	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels tels que $$(x+1)(y+2)=8.$$ **(1)** Montrer que $(xy-10)^2 \geq 64$. **(2)** Déterminer tous les couples (x,y) de nombres réels qui vérifient $$(xy-10)^2=64$$	PROBLEM 1. Let x and y be two real numbers such that $$(x+1)(y+2)=8.$$ **(1)** Show that $(xy-10)^2 \geq 64$. **(2)** Determine all pairs (x,y) of real numbers satisfying $$(xy-10)^2=64$$	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث $$(x+1)(y+2)=8.$$ (1) بيّن أن $(xy-10)^2 \geq 64$. (2) حدّد جميع الأزواج (x,y) من أعداد حقيقية والتي تحقق $$(xy-10)^2=64$$
PROBLÈME 2. Soient $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ deux cercles qui se coupent en deux points A et B. On considère une droite passant par le point B et qui coupe les deux cercles $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ respectivement aux points C et D. Soient E et F deux points appartenant respectivement aux cercles $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ tels que : $CE=CB$ et $BD=DF$. On suppose en plus que la droite (BF) coupe le cercle $(\mathcal{C}_1)$ en un point P et la droite (BE) coupe le cercle $(\mathcal{C}_2)$ en un point Q. • Montrer que les points A, P et Q sont alignés.	PROBLEM 2. Let $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$ be two circles intersecting at two points A and B. Consider a line through B cutting circles $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$ at points C and D respectively. Let E and F be points on circles $(\mathcal{C}_1)$ and $(\mathcal{C}_2)$ respectively such that : $CE=CB$ and $BD=DF$. Assume moreover that line (BF) meets circle $(\mathcal{C}_1)$ at a point P, and line (BE) meets circle $(\mathcal{C}_2)$ at a point Q. • Show that points A, P and Q are collinear.	المسألة 2. لتكن $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ دائرتين متقاطعتين في النقطتين A و B. نعتبر مستقيماً مارًّا من النقطة B والذي يقطع الدائرتين $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ على التوالي في النقطتين C و D. لتكن E و F نقطتين تنتميان على التوالي إلى الدائرتين $(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ بحيث: $CE=CB$ و $BD=DF$. نفترض أيضاً أن المستقيم (BF) يقطع الدائرة $(\mathcal{C}_1)$ في نقطة P والمستقيم (BE) يقطع الدائرة $(\mathcal{C}_2)$ في نقطة Q. • بيّن أن النقط A و P و Q مستقيمية.
PROBLÈME 3. Soient n, m, p et q des nombres premiers satisfaisant : $$5<n<m<p<q<n+10.$$ • Prouver que la somme de ces quatre nombres premiers est divisible par 60.	PROBLEM 3. Let n, m, p and q be prime numbers satisfying : $$5<n<m<p<q<n+10.$$ • Prove that the sum of these four prime numbers is divisible by 60.	المسألة 3. لتكن n و m و p و q أعداداً أولية تُحقق: $$5<n<m<p<q<n+10.$$ • أثبت أن مجموع هذه الأعداد الأولية الأربعة يقبل القسمة على 60.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 30 أبريل 2021	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Considérons un triangle ABC à angles aigus et (Γ) son cercle circonscrit. Soit F le point d'intersection des tangentes au cercle (Γ) aux points B et C. Les points M, L et N sont les projections orthogonales du point A sur les droites (FB), (FC) et (BC) respectivement.

- Prouver que $AM + AL \geq 2AN$.

Problem 1. Consider an acute triangle ABC and (Γ) its circumscribed circle. Let F be the intersection point of the tangents to circle (Γ) at points B and C. Points M, L and N are the orthogonal projections of point A onto lines (FB), (FC) and (BC) respectively.

- Prove that $AM + AL \geq 2AN$.

المسألة 1. نعتبر مثلثاً ABC زوايا حادة و(Γ) دائرته المحيطة. لتكن F نقطة تقاطع المماسين للدائرة (Γ) في النقطتين B و C. النقط M و L و N هي المساقط العمودية للنقطة A على المستقيمات (FB) و (FC) و (BC) بالتوالي.

- أثبت أن $AM + AL \geq 2AN$.

Problème 2. Soient a et b deux nombres réels strictement positifs vérifiant les deux conditions suivantes :

(i) le polynôme

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 1$$

a trois racines réelles distinctes u, v et w ;

(ii) le polynôme $Q(x) = 2x^2 + 2bx + a$ n'a pas de racines réelles.

(1) Prouver que $a^2 - 4b = u^2 + v^2 + w^2$.

(2) Montrer que $a^2 - 4b > 3$ et en déduire que $a - b > 1$.

- On rappelle que

$$\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 > xyz$$

pour tous nombres réels strictement positifs et distincts x, y et z.

Problem 2. Let a and b be two strictly positive real numbers satisfying the following two conditions :

(i) the polynomial

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 1$$

has three distinct real roots u, v and w ;

(ii) the polynomial $Q(x) = 2x^2 + 2bx + a$ has no real roots.

(1) Prove that $a^2 - 4b = u^2 + v^2 + w^2$.

(2) Show that $a^2 - 4b > 3$ and deduce that $a - b > 1$.

- Recall that

$$\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 > xyz$$

for all strictly positive and distinct real numbers x, y and z.

المسألة 2. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين قطعاً ويحققان الشرطين التاليين:

(i) الحدودية

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 1$$

لها ثلاثة جذور حقيقية مختلفة u و v و w؛

(ii) الحدودية $Q(x) = 2x^2 + 2bx + a$ ليس لها جذور حقيقية.

(1) أثبت أن $a^2 - 4b = u^2 + v^2 + w^2$.

(2) بيّن أن $a^2 - 4b > 3$ ثم استنتج أن $a - b > 1$.

- تذكر أن

$$\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 > xyz$$

لكل أعداد حقيقية موجبة قطعاً ومختلفة x و y و z.

Problème 3. Une famille se compose du père, de la mère et de n enfants, où $n \in \mathbb{N}$. Soit X le nombre d'enfants dans cette famille qui peuvent avoir à la fois un frère et une sœur.

- Trouver toutes les valeurs possibles du nombre X.

Problem 3. A family consists of a father, a mother and n children, where $n \in \mathbb{N}$. Let X be the number of children in this family who can have both a brother and a sister.

- Find all possible values of the number X.

المسألة 3. تتكون أسرة من الأب والأم و n من الأطفال، حيث $n \in \mathbb{N}$. ليكن X عدد الأطفال في هذه العائلة الذين يمكن أن يكون لهم أخ وأخت.

- أوجد جميع القيم الممكنة للعدد X.

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 5 فبراير 2021	مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soient a, b et c des nombres réels tels que $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$.

- Montrer que

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$$

puis étudier le cas d'égalité.

Problem 1. Let a, b and c be real numbers such that $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$.

- Show that

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$$

and then study the equality case.

المسألة 1. ليكن a و b و c أعداداً حقيقية بحيث $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$.

- أثبت أن

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$$

ثم ادرس حالة المساواة.

Problème 2. Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC} = 60°$. Les points M, N et K appartiennent respectivement aux côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$ tels que :

$$BK = KM = MN = NC, \quad AN = 2AK$$

- Déterminer la mesure de chacun des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

Problem 2. Let ABC be a triangle such that $\widehat{BAC} = 60°$. Points M, N and K lie on sides $[BC]$, $[AC]$ and $[AB]$ respectively, such that :

$$BK = KM = MN = NC, \quad AN = 2AK$$

- Determine the measure of each of the angles $\widehat{ABC}$ and $\widehat{ACB}$.

المسألة 2. ليكن ABC مثلثاً بحيث $\widehat{BAC} = 60°$. تقع النقط M و N و K على الأضلاع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ على الترتيب، بحيث:

$$BK = KM = MN = NC, \quad AN = 2AK.$$

- حدّد قياس كل من الزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$.

Problème 3. Considérons l'équation (E) à trois inconnues x, y et z dans $\mathbb{N}$:

$$(E) : x^2 + y^2 = 3 \cdot (2023)^z + 77$$

(1) Pour $x, y \in \mathbb{N}$, montrer que si 4 divise $x^2 + y^2$ alors 4 divise x^2 et y^2.

(2) Pour $x, y \in \mathbb{N}$, montrer que si 7 divise $x^2 + y^2$ alors 7 divise x et y.

(3) Déterminer tous les triplets $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ solutions de l'équation (E).

Problem 3. Consider the equation (E) in three unknowns x, y and z in $\mathbb{N}$:

$$(E) : x^2 + y^2 = 3 \cdot (2023)^z + 77$$

(1) For $x, y \in \mathbb{N}$, show that if 4 divides $x^2 + y^2$ then 4 divides both x^2 and y^2.

(2) For $x, y \in \mathbb{N}$, show that if 7 divides $x^2 + y^2$ then 7 divides both x and y.

(3) Find all triples $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ that are solutions of equation (E).

المسألة 3. نعتبر المعادلة (E) بثلاثة مجاهيل x و y و z في $\mathbb{N}$:

$$(E) : x^2 + y^2 = 3 \cdot (2023)^z + 77$$

(1) للعددين $x, y \in \mathbb{N}$، أثبت أنه إذا قسّم 4 المقدارَ $x^2 + y^2$ فإن 4 يقسّم x^2 و y^2.

(2) للعددين $x, y \in \mathbb{N}$، أثبت أنه إذا قسّم 7 المقدارَ $x^2 + y^2$ فإن 7 يقسّم x و y.

(3) أوجد جميع الثلاثيات $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ الحلول للمعادلة (E).

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 5 مارس 2021 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soit ABC un triangle rectangle en A. Considérons un cercle $(\mathcal{C})$ passant par les points A et B et coupant les côtés $[AC]$ et $[BC]$ respectivement aux points D et E.

- Sachant que le rayon du cercle $(\mathcal{C})$ est égal à $\dfrac{CD}{2}$, prouver que le triangle ABE est isocèle.

Problem 1. Let ABC be a right triangle at A. Consider a circle $(\mathcal{C})$ passing through points A and B and cutting sides $[AC]$ and $[BC]$ at points D and E respectively.

- Knowing that the radius of circle $(\mathcal{C})$ is equal to $\dfrac{CD}{2}$, prove that triangle ABE is isosceles.

المسألة 1. ليكن ABC مثلثاً قائماً في A. نعتبر دائرة $(\mathcal{C})$ تمر بالنقطتين A و B وتقطع الضلعين $[AC]$ و $[BC]$ على الترتيب في النقطتين D و E.

- علماً بأن نصف قطر الدائرة $(\mathcal{C})$ يساوي $\dfrac{CD}{2}$، أثبت أن المثلث ABE متساوي الساقين.

Problème 2. Soient a et b des nombres réels tels que :

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- Déterminer la valeur du nombre $a + b$.

Problem 2. Let a and b be real numbers such that :

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- Determine the value of the number $a + b$.

المسألة 2. ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث:

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- حدّد قيمة العدد $a + b$.

Problème 3. Soient a, b, c, d, e, f, g, h et i dans $\mathbb{N}^*$ n'ayant que le nombre 1 comme diviseur commun. On dit que le tableau

a	b	c
d	e	f
g	h	i

est un **carré magique multiplicatif (CMM)** de produit P si et seulement si le produit des nombres de chacune des lignes, le produit des nombres de chacune des colonnes et le produit des nombres de chacune des deux diagonales est égal à P.

(1) Montrer que si le tableau ci-dessus est **(CMM)** de produit P, alors $e^3 = P$.

(2) Construire un tableau qui est **(CMM)** utilisant tous les diviseurs de 100.

(3) Montrer que si e est un nombre premier, alors il n'y a que quatre carrés magiques multiplicatifs possibles.

Problem 3. Let a, b, c, d, e, f, g, h and i be elements of $\mathbb{N}^*$ having only 1 as a common divisor. We say that the array

a	b	c
d	e	f
g	h	i

is a **multiplicative magic square (MMS)** of product P if and only if the product of the numbers in each row, each column, and each of the two diagonals equals P.

(1) Show that if the above array is a **(MMS)** of product P, then $e^3 = P$.

(2) Construct an array that is a **(MMS)** using all divisors of 100.

(3) Show that if e is a prime number, then there are only four possible multiplicative magic squares.

المسألة 3. ليكن a, b, c, d, e, f, g, h و i أعداداً في $\mathbb{N}^*$ ليس لها سوى العدد 1 كقاسم مشترك. نقول إن الجدول

a	b	c
d	e	f
g	h	i

هو مربع سحري ضربي (م.س.ض) من حاصل الضرب P إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب أعداد كل صف، وحاصل ضرب أعداد كل عمود، وحاصل ضرب أعداد كل قطر يساوي P.

(1) أثبت أنه إذا كان الجدول أعلاه (م.س.ض) من حاصل الضرب P، فإن $e^3 = P$.

(2) أنشئ جدولاً يكون (م.س.ض) باستخدام جميع قواسم 100.

(3) أثبت أنه إذا كان e عدداً أولياً، فلا يوجد سوى أربعة مربعات سحرية ضربية ممكنة.

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 2 أبريل 2021	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

الموضوع	Sujet

المسألة 1. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين تماماً يحققان: $ab = 2$ و $\dfrac{a}{a+b^2} + \dfrac{b}{b+a^2} = \dfrac{7}{8}$. • حدّد قيمة العدد $a^6 + b^6$.	Problem 1. Let a and b be two strictly positive real numbers satisfying : $ab = 2$ and $\dfrac{a}{a+b^2} + \dfrac{b}{b+a^2} = \dfrac{7}{8}$. • Determine the value of the number $a^6 + b^6$.	Problème 1. Soient a et b deux nombres réels strictement positifs vérifiant : $ab = 2$ et $\dfrac{a}{a+b^2} + \dfrac{b}{b+a^2} = \dfrac{7}{8}$. • Déterminer la valeur du nombre $a^6 + b^6$.
المسألة 2. ليكن ABC مثلثاً و $(\mathcal{C})$ دائرته المحيطة ذات المركز O. تتقاطع المماسّان للدائرة $(\mathcal{C})$ في B و C في نقطة D. تقطع الدائرة المحيطة بالمثلث BCD كلاً من الضلعين $[AC]$ و $[AB]$ ثانيةً في النقطتين E و F على الترتيب. • أثبت أن المستقيم (AO) عمودي على المستقيم (EF).	Problem 2. Let ABC be a triangle and $(\mathcal{C})$ its circumscribed circle with centre O. The tangents to circle $(\mathcal{C})$ at B and C meet at a point D. The circumscribed circle of triangle BCD intersects sides $[AC]$ and $[AB]$ again at points E and F respectively. • Show that line (AO) is perpendicular to line (EF).	Problème 2. Soient ABC un triangle et $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit de centre le point O. Les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ en B et C se coupent en un point D. Le cercle circonscrit au triangle BCD coupe une deuxième fois chacun des côtés $[AC]$ et $[AB]$ respectivement aux points E et F. • Montrer que la droite (AO) est perpendiculaire à la droite (EF).
المسألة 3. أوجد أكبر عدد طبيعي n يحقق: $\sqrt{n} + \sqrt{n+60} = \sqrt{m}$ لعدد طبيعي معين m بحيث $\sqrt{m} \notin \mathbb{N}$.	Problem 3. Find the largest natural number n satisfying : $\sqrt{n} + \sqrt{n+60} = \sqrt{m}$ for some natural number m such that $\sqrt{m} \notin \mathbb{N}$.	Problème 3. Trouver le plus grand entier naturel n vérifiant : $\sqrt{n} + \sqrt{n+60} = \sqrt{m}$ pour un certain entier naturel m tel que $\sqrt{m} \notin \mathbb{N}$.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 30 أبريل 2021	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soit ABC un triangle rectangle en A. Les bissectrices intérieures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ coupent respectivement $[AC]$ en P et $[AB]$ en Q. Les points M et N sont respectivement les projections orthogonales des points P et Q sur le segment $[BC]$.

- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MAN}$.

Problem 1. Let ABC be a right triangle at A. The interior bisectors of angles $\widehat{ABC}$ and $\widehat{ACB}$ meet $[AC]$ at P and $[AB]$ at Q respectively. Points M and N are the orthogonal projections of P and Q onto segment $[BC]$ respectively.

- Determine the measure of angle $\widehat{MAN}$.

المسألة 1. ليكن ABC مثلثاً قائماً في A. تقطع منصّفا الزاويتين الداخليتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$ الضلعَ $[AC]$ في P والضلعَ $[AB]$ في Q على الترتيب. النقطتان M و N هما الإسقاطان المتعامدان للنقطتين P و Q على القطعة $[BC]$ على الترتيب.

- حدّد قياس الزاوية $\widehat{MAN}$.

Problème 2. Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls tels que :

$$\text{pgcd}(a,b)=1, \quad b-a=15$$

et $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}.$

- Quelle est la valeur de la fraction $\dfrac{a}{b}$?

Problem 2. Let a and b be two nonzero natural numbers such that :

$$\gcd(a,b)=1, \quad b-a=15$$

and $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}.$

- What is the value of the fraction $\dfrac{a}{b}$?

المسألة 2. ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير معدومَين بحيث:

$$\text{pgcd}(a,b)=1, \quad b-a=15$$

و $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}$.

- ما هي قيمة الكسر $\dfrac{a}{b}$ ؟

Problème 3. Nous disons qu'un entier $n \geq 2$ est de type SP si nous pouvons répartir les nombres entiers naturels $1,2,3,\ldots,n$ en deux ensembles non vides n'ayant aucun élément commun tels que : la somme des nombres appartenant à l'un des deux ensembles est égale au produit des nombres appartenant à l'autre ensemble.

- Par exemple : $n=7$ est un nombre de type SP car

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) Prouver que $n=4$ n'est pas de type SP.

(2) Les nombres 5 et 6 sont-ils de type SP ?

(3) Montrer que tout nombre entier $n \geq 7$ est de type SP.

Problem 3. We say that an integer $n \geq 2$ is of type SP if we can partition the natural numbers $1,2,3,\ldots,n$ into two non-empty disjoint sets such that : the sum of the numbers in one of the two sets equals the product of the numbers in the other set.

- For example : $n=7$ is of type SP since

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) Prove that $n=4$ is not of type SP.

(2) Are the numbers 5 and 6 of type SP ?

(3) Show that every integer $n \geq 7$ is of type SP.

المسألة 3. نقول إن عدداً صحيحاً $n \geq 2$ من النوع SP إذا أمكن توزيع الأعداد الطبيعية $1,2,3,\ldots,n$ على مجموعتين غير فارغتين لا يشتركان في أي عنصر بحيث: مجموع أعداد إحدى المجموعتين يساوي حاصل ضرب أعداد المجموعة الأخرى.

- مثلاً: $n=7$ من النوع SP لأن

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) أثبت أن $n=4$ ليس من النوع SP.

(2) هل العددان 5 و 6 من النوع SP؟

(3) أثبت أن كل عدد صحيح $n \geq 7$ من النوع SP.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 4 فبراير 2022	مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Considérons la fonction polynomiale $P(x) = x^3 + ax + b \quad$ avec $\quad a, b \in \mathbb{R}$ • Montrer que si P admet trois racines réelles deux à deux distinctes, alors $a < 0$.	PROBLEM 1. Let us consider the polynomial function $P(x) = x^3 + ax + b \quad$ with $\quad a, b \in \mathbb{R}$ • Show that if P has three pairwise distinct real roots, then $a < 0$.	المسألة 1. لنعتبر الدالة كثيرة الحدود $P(x) = x^3 + ax + b \quad$ حيث $\quad a, b \in \mathbb{R}$ • بيّن أنه إذا كانت لـ P ثلاث جذور حقيقية مميزة اثنين اثنين، فإن $a < 0$.
PROBLÈME 2. Soit ABC un triangle et I le milieu du côté $[AB]$. Considérons le point J du segment $[BC]$ tel que $BJ = 2JC$ et $\widehat{AIC} = \widehat{BAJ}$ • Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.	PROBLEM 2. Let ABC be a triangle and I the midpoint of side $[AB]$. Consider the point J on segment $[BC]$ such that $BJ = 2JC \quad$ and $\quad \widehat{AIC} = \widehat{BAJ}$ • Determine the measure of angle $\widehat{BAC}$.	المسألة 2.ليكن ABC مثلثًا، وI منتصف الضلع $[AB]$. نعتبر النقطة J من القطعة $[BC]$ بحيث $BJ = 2JC \quad$ و $\quad \widehat{AIC} = \widehat{BAJ}$ • حدد قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.
PROBLÈME 3. Soit m un nombre entier naturel non nul tel que le nombre $\frac{m(m+1)}{3}$ soit un carré parfait. • Prouver que le nombre 3 divise m et que les nombres $m+1$ et $\frac{m}{3}$ sont des carrés parfaits.	PROBLEM 3. Let m be a nonzero natural number such that the number $\frac{m(m+1)}{3}$ is a perfect square. • Prove that 3 divides m, and that the numbers $m+1$ and $\frac{m}{3}$ are perfect squares.	المسألة 3. ليكن m عددًا طبيعيًا غير معدوم بحيث يكون العدد $\frac{m(m+1)}{3}$ مربعًا كاملًا. • برهن أن العدد m قابل للقسمة على 3، وأن العددين $m+1$ و$\frac{m}{3}$ مربعان كاملان.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 4 مارس 2022	مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soient a et b deux nombres réels strictement positifs. • Prouver que si $a^3 - b^3 \geq 4a$, alors $a^2 > 2b$.	Problem 1. Let a and b be two positive real numbers. • Prove that if $a^3 - b^3 \geq 4a$, then $a^2 > 2b$.	المسألة 1. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين تمامًا. • برهن أنه إذا كان $a^3 - b^3 \geq 4a$، فإن $a^2 > 2b$.
Problème 2. Soit $ABCD$ un trapèze, avec $(AD)\|(BC)$, tel que $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90°$ et $AD < BC$. Le point E est le point d'intersection des droites (AB) et (CD). Le point F est le symétrique du point A par rapport a la droite (BC). Le point I est le milieu du segment $[EF]$. • Sachant que $(CI) \perp (FD)$, montrer que les droites (FC) et (ED) sont perpendiculaires.	Problem 2. Let $ABCD$ be a trapezoid, with $(AD) \parallel (BC)$, such that $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90°$ and $AD < BC$. Point E is the intersection point of lines (AB) and (CD). Point F is the reflection of point A over line (BC). Point I is the midpoint of segment $[EF]$. • Given that $(CI) \perp (FD)$, prove that lines (FC) and (ED) are perpendicular.	المسألة 2. ليكن $ABCD$ شبه منحرف، بحيث أن $(AD) \parallel (BC)$، و $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90°$، و $AD < BC$. النقطة E هي نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (CD). النقطة F هي نظيرة النقطة A بالنسبة إلى المستقيم (BC). النقطة I هي منتصف القطعة $[EF]$. • علمًا أن $(CI) \perp (FD)$، برهن أن المستقيمين (FC) و (ED) متعامدان.
Problème 3. Une voie ferrée relie une gare A à une autre gare K en passant successivement par les gares B, C, D, E, F, G, H, I et J (on suppose que ces onze gares sont alignées). La distance entre les gares A et K est 56 km . La longueur d'un parcours qui relie trois gares successives ne dépasse jamais 12 km . La longueur d'un parcours qui relie quatre gares successives est au moins 17 km . • Quelle est la distance entre les gares B et G ?	Problem 3. A railway line connects station A to another station K passing successively through stations B, C, D, E, F, G, H, I, and J (it is assumed that these eleven stations are aligned). The distance between stations A and K is 56 km. The length of any route connecting three successive stations never exceeds 12 km. The length of any route connecting four successive stations is at least 17 km. • What is the distance between stations B and G ?	المسألة 3. يربط خط سكة حديد المحطة A بمحطة أخرى K مروراً على التوالي بالمحطات B, C, D, E, F, G, H, I و J (نفترض أن هذه المحطات الأحد عشر تقع على استقامة واحدة). المسافة بين المحطتين A و K تساوي 56 كم. طول أي مسار يربط ثلاث محطات متتالية لا يتجاوز 12 كم. طول أي مسار يربط أربع محطات متتالية لا يقل عن 17 كم. • ما هي المسافة بين المحطتين B و G ؟

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة فاتح أبريل 2022	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Trouver tous les nombres entiers relatifs m et n tels que m^4+4n^4 soit un nombre premier.	PROBLEM 1. Find all integers m and n such that m^4+4n^4 is a prime number.	المسألة 1. أوجد جميع الأعداد الصحيحة m و n بحيث يكون m^4+4n^4 عددًا أوليًا.
PROBLÈME 2. On considère un carrée $ABCD$, avec $AB=4$ cm. Les points E et F appartiennent respectivement aux segments $[BC]$ et $[CD]$ tels que $\widehat{EAF}=45°$ et $\widehat{EAB}=20°$. • Déterminer la hauteur du triangle AEF issue du point A.	PROBLEM 2. Consider a square $ABCD$, with $AB=4$ cm. Points E and F lie on segments $[BC]$ and $[CD]$, respectively, such that $\widehat{EAF}=45°$ and $\widehat{EAB}=20°$. • Determine the height of triangle AEF from point A.	المسألة 2. نعتبر مربّعًا $ABCD$، حيث $AB=4$ cm. النقطتان E و F تنتميان على التوالي إلى القطعتين $[BC]$ و $[CD]$ بحيث أن $\widehat{EAF}=45°$ و $\widehat{EAB}=20°$. • حدد ارتفاع المثلث AEF الصادر من النقطة A.
PROBLÈME 3. Sur un tableau, on écrit les entiers naturels $1,2,\dots$ et 2023. A chaque étape, on efface deux nombres a et b $(a\geq b)$ et on les remplace par leur différence $a-b$. On remarque alors que le nombre des nombres écrits au tableau diminue, d'une étape à l'autre, de 1 . Soit d le dernier nombre qui reste écrit sur le tableau. 1. Peut-on avoir $d=0$? 2. Peut-on avoir $d=1$?	PROBLEM 3. We write the natural numbers $1,2,\dots,2023$ on a board. At each step, we erase two numbers a and b $(a\geq b)$ and replace them with their difference $a-b$. We then observe that the number of numbers written on the board decreases by 1 at each step. Let d be the last remaining number on the board. 1. Is it possible to have $d=0$? 2. Is it possible to have $d=1$?	المسألة 3. نكتب الأعداد الطبيعية $1,2,\dots,2023$ على لوح. في كل خطوة، نحذف عددين a و b بحيث $(a\geq b)$، ونعوّضهما بالفرق $a-b$. نلاحظ أن عدد الأعداد المكتوبة على اللوح ينقص بمقدار 1 في كل خطوة. لنفرض أن d هو العدد الأخير المتبقي على اللوح. 1. هل يمكن أن يكون $d=0$ ؟ 2. هل يمكن أن يكون $d=1$ ؟

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 29 أبريل 2022	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soit q un nombre premier tel que :

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

avec $n \geq 3$ un nombre entier naturel.

- Prouver que 36 divise le nombre $(q-7)$.

Problem 1. Let q be a prime number such that :

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

where $n \geq 3$ is a positive integer.

- Prove that 36 divides the number $(q-7)$.

المسألة 1. ليكن q عددًا أوليًا بحيث:

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

حيث $n \geq 3$ عدد صحيح طبيعي.

- برهن أن العدد $(q-7)$ قابل للقسمة على 36.

Problème 2. Déterminer tous les couples $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ qui vérifient le système suivant,

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

Problem 2. Determine all pairs $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ that satisfy the following system

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

المسألة 2. حدد جميع الأزواج $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ التي تحقق النظام التالي

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

Problème 3. On construit n points sur une feuille rectangulaire. La longueur de cette feuille est 40 cm et sa largeur est 30 cm .

1. Si $n=7$, prouver qu'il existe deux points M et N, parmi ces 7 points, tels que
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. Si $n=6$, prouver qu'il existe deux points M et N, parmi ces 6 points, tels que
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

Problem 3. We place n points on a rectangular sheet. The length of this sheet is 40 cm and its width is 30 cm.

1. If $n=7$, prove that there exist two points M and N among these 7 points such that
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. If $n=6$, prove that there exist two points M and N among these 6 points such that
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

المسألة 3. نضع n نقاط على ورقة مستطيلة. طول هذه الورقة 40 سم وعرضها 30 سم.

1. إذا كان $n=7$، برهن أنه يوجد نقطتان M و N من بين هذه النقاط السبع بحيث
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. إذا كان $n=6$، برهن أنه يوجد نقطتان M و N من بين هذه النقاط الست بحيث
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 2 دجنبر 2022	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x+y=1$. • Montrer que $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$	PROBLEM 1. Let x and y be two positive real numbers such that $x+y=1$. • Show that $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين تماما بحيث $x+y=1$. • برهن أن $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$
PROBLÈME 2. Un tailleur dispose d'un grand morceau de tissu. Il le découpe en 4 morceaux. Il choisit ensuite un des 4 morceaux qui le découpe à nouveau en 4 morceaux. Le tailleur répète cette opération un certain nombre de fois. • Est-il possible d'avoir, après ces opérations, 2022 petits morceaux de tissu ?	PROBLEM 2. A tailor has a large piece of fabric. He cuts it into 4 pieces. Then he chooses one of the 4 pieces and cuts it again into 4 pieces. The tailor repeats this operation a certain number of times. • Is it possible to have, after these operations, 2022 small pieces of fabric ?	المسألة 2. يمتلك خياط قطعة كبيرة من القماش. قام بقصها إلى 4 قطع. ثم اختار واحدة من هذه القطع الأربع وقام بقصها مرة أخرى إلى 4 قطع. يكرر الخياط هذه العملية عددًا معينًا من المرات. • هل من الممكن أن يحصل، بعد هذه العمليات، على 2022 قطعة صغيرة من القماش؟
PROBLÈME 3. Soit $MNPQ$ un parallélogramme. On considère un point E à l'intérieur de $MNPQ$ tel que $PE=PN$. Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[ME]$ et $[PQ]$. • Montrer que les droites (NE) et (IJ) sont perpendiculaires.	PROBLEM 3. Let $MNPQ$ be a parallelogram. Consider a point E inside $MNPQ$ such that $PE=PN$. The points I and J are the midpoints of segments $[ME]$ and $[PQ]$, respectively. • Show that the lines (NE) and (IJ) are perpendicular.	المسألة 3. ليكن $MNPQ$ متوازي أضلاع. نأخذ نقطة E داخل $MNPQ$ بحيث أن $PE=PN$. النقطتان I و J هما منتصفا القطعتين $[ME]$ و $[PQ]$ على التوالي. • برهن أن المستقيمين (NE) و (IJ) متعامدان.
PROBLÈME 4. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (a,b) tels que $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$	PROBLEM 4. Determine all pairs of non-negative integers (a,b) such that $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$	المسألة 4.حدد جميع أزواج الأعداد الصحيحة الطبيعية (a,b) التي تحقق $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 3 فبراير 2023	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Soient a et b deux nombres réels strictement positifs. • Montrer que $$\frac{2ab}{a+b}+\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geq\frac{a+b}{2}+\sqrt{ab}$$	PROBLEM 1. Let a and b be two strictly positive real numbers. • Show that $$\frac{2ab}{a+b}+\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geq\frac{a+b}{2}+\sqrt{ab}$$	المسألة 1. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين تماما. • برهن أن $$\frac{2ab}{a+b}+\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geq\frac{a+b}{2}+\sqrt{ab}$$
PROBLÈME 2. Les points du plan sont coloriés de telle sorte que chaque point soit blanc ou noir. • Montrer qu'il existe une couleur telle que pour tout nombre réel $x>0$, on puisse trouver deux points de cette couleur distants de x.	PROBLEM 2. The points of the plane are colored so that each point is either white or black. • Show that there exists a color such that for every real number $x>0$, one can find two points of that color at distance x.	المسألة 2. تم تلوين نقاط المستوى بحيث يكون كل نقطة إما بيضاء أو سوداء. • برهن أنه يوجد لون بحيث لكل عدد حقيقي $x>0$ يمكن إيجاد نقطتين من ذلك اللون تبعدان عن بعضهما بالمسافة x.
PROBLÈME 3. Soient A et B deux points d'un cercle $(\mathcal{C})$. On considère le point I du segment $[AB]$ tel que $AI=2IB$. Les points E et F sont les intersections de la perpendiculaire à (AB) passant par I avec le cercle $(\mathcal{C})$. Soit H le milieu du segment $[AI]$. • Montrer que le point H est l'orthocentre du triangle AEF.	PROBLEM 3. Let A and B be two points on a circle $(\mathcal{C})$. Consider the point I on the segment $[AB]$ such that $AI=2IB$. The points E and F are the intersections of the perpendicular to (AB) passing through I with the circle $(\mathcal{C})$. Let H be the midpoint of the segment $[AI]$. • Show that the point H is the orthocenter of triangle AEF.	المسألة 3. ليكن A و B نقطتان على دائرة $(\mathcal{C})$. نعتبر النقطة I على القطعة المستقيمة $[AB]$ بحيث يكون $AI=2IB$. النقطتان E و F هما تقاطعان العمود المنصف للقطعة (AB) المار عبر I مع الدائرة $(\mathcal{C})$. ليكن H منتصف القطعة $[AI]$. • برهن أن النقطة H هي مركز تعامد المثلث AEF.
PROBLÈME 4. Trouver tous les couples d'entiers naturels non nuls (a,b) tels que les nombres $\frac{3a^2}{b}$ et $\sqrt{a^2+b}$ soient des entiers naturels.	PROBLEM 4. Find all pairs of positive integers (a,b) such that the numbers $\frac{3a^2}{b}$ and $\sqrt{a^2+b}$ are natural integers.	المسألة 4. جد جميع أزواج الأعداد الطبيعية غير المنعدمة (a,b) بحيث يكون العددان $\frac{3a^2}{b}$ و $\sqrt{a^2+b}$ أعدادًا صحيحة طبيعية.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 10 نونبر 2023	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe tel que $AB = AC$ et soit K un point du segment $[AB]$. La diagonale (AC) coupe le segment $[BD]$ en son milieu M et coupe le segment $[DK]$ en F. • Sachant que $AK = AF$, calculer la valeur du rapport $\frac{MF}{BK}$.	PROBLEM 1. Let $ABCD$ be a convex quadrilateral such that $AB = AC$, and let K be a point on the segment $[AB]$. The diagonal AC intersects the segment $[BD]$ at its midpoint M, and intersects the segment $[DK]$ at point F. • Given that $AK = AF$, compute the value of the ratio $\frac{MF}{BK}$.	المسألة 1. ليكن الرباعي المحدب $ABCD$ بحيث أن $AB = AC$، ولتكن K نقطة على القطعة $[AB]$. يقطع القطر (AC) القطعة $[BD]$ في منتصفها M، ويقطع القطعة $[DK]$ في النقطة F. • علماً أن $AK = AF$، احسب قيمة النسبة $\frac{MF}{BK}$.
PROBLÈME 2. Combien de nombres rationnels, sous forme irréductible, y a-t-il dans l'intervalle $]0,1[$ et tels que la somme du numérateur et du dénominateur est égale à 200 ?	PROBLEM 2. How many rational numbers, in irreducible form, are there in the interval $]0,1[$ such that the sum of the numerator and the denominator is equal to 200 ?	المسألة 2. كم عدد الأعداد النسبية، المكتوبة على شكل كسر غير قابل للاختزال، الموجودة في المجال $]0,1[$ والتي يكون مجموع البسط والمقام فيها مساوياً لـ 200 ؟
PROBLÈME 3. Soient a et b des nombres réels vérifiant la condition $$a^{2022} + b^{2022} = a^{2024} + b^{2024}$$ • Prouver que $$a^2 + b^2 \leq 2$$	PROBLEM 3. Let a and b be real numbers satisfying the condition $$a^{2022} + b^{2022} = a^{2024} + b^{2024}$$ • Prove that $$a^2 + b^2 \leq 2$$	المسألة 3. ليكن a وb عددين حقيقيين يحققان الشرط $$a^{2022} + b^{2022} = a^{2024} + b^{2024}$$ • أثبت أن $$a^2 + b^2 \leq 2$$
PROBLÈME 4. Une puce se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé. Au départ la puce se trouve au point de coordonnées $(0,0)$. La puce ne peut effectuer que des sauts de longueur 5 unités, en ligne droite et dans n'importe quelle direction. De plus, la puce ne peut atteindre que des points dont les deux coordonnées sont des nombres entiers relatifs. La puce veut atteindre le point de coordonnées $(2023,0)$. • Quel est le nombre minimal de sauts qu'elle va faire ?	PROBLEM 4. A flea moves in a plane equipped with an orthonormal coordinate system. Initially, the flea is located at the point with coordinates $(0,0)$. The flea can only make jumps of length 5 units, in a straight line and in any direction. Moreover, the flea can only land on points whose coordinates are both integers. The flea wants to reach the point with coordinates $(2023,0)$. • What is the minimum number of jumps it must make ?	المسألة 4. تتحرك بقّة في مستوى مزود بنظام إحداثيات متعامد وموحد. في البداية، تكون البقّة عند النقطة ذات الإحداثيات $(0,0)$. لا يمكن للبقّة أن تقفز إلا قفزات طولها 5 وحدات، في خط مستقيم وبأي اتجاه. بالإضافة إلى ذلك، لا يمكن للبقّة أن تصل إلا إلى نقاط تكون إحداثياتها أعداداً صحيحة. تريد البقّة الوصول إلى النقطة ذات الإحداثيات $(2023,0)$. • ما هو أقل عدد من القفزات يجب أن تقوم بها ؟

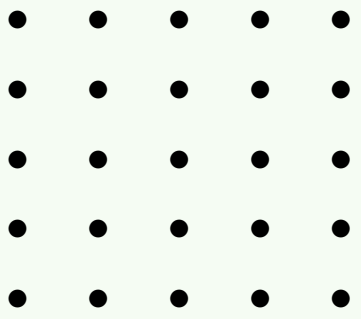
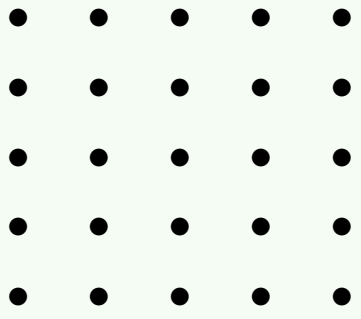
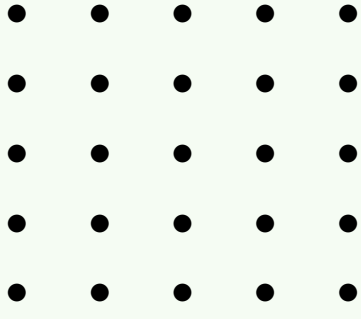
Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 22 دجنبر 2023	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème	Problem	المسألة
Problème 1. Trouver tous les entiers naturels qui sont divisibles par 30 et qui out exactement 30 diviseurs entiers naturels.	Problem 1. Find all natural numbers that are divisible by 30 and have exactly 30 natural divisors.	المسألة 1. جد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية التي تقبل القسمة على 30 والتي لها بالضبط 30 قاسماً طبيعياً.
Problème 2. Soit $ABCD$ un losange avec $\widehat{BAD} < 90°$. Le cercle pasiant par D et de centre A coupe la droite (CD) pour la deuxième fois en un point E. Soit S le point d'intersection des droites (BE) et (AC). • Démontrer que les points A, S, D et E sont cocycliques.	Problem 2. Let $ABCD$ be a rhombus with $\angle BAD < 90°$. The circle passing through D with center A intersects the line (CD) for the second time at a point E. Let S be the intersection point of the lines (BE) and (AC). • Prove that the points A, S, D and E are concyclic.	المسألة 2. كليكن $ABCD$ معيناً بحيث $\widehat{BAD} < 90°$. الدائرة التي تمر بالنقطة D ومركزها A تقطع المستقيم (CD) للمرة الثانية في نقطة E. وليكن S نقطة تقاطع المستقيمين (BE) و(AC). • أثبت أن النقاط A, S, D وE تقع على نفس الدائرة.
Problème 3. Soient a, b, c, d et e des entiers naturels tels que $$abcde = a + b + c + d + e.$$ • Trouver la valeur maximale possible de $$\max(a, b, c, d, e)$$	Problem 3. Let a, b, c, d, and e be non-negative integers such that $$abcde = a + b + c + d + e.$$ • Find the maximum possible value of $$\max(a, b, c, d, e)$$	المسألة 3. ليكن a, b, c, d وe أعداداً صحيحة طبيعية تحقق المعادلة $$abcde = a + b + c + d + e.$$ • أوجد القيمة العظمى الممكنة لـ $$\max(a, b, c, d, e)$$
Problème 4. Déterminer le nombre de carrés dont les sommets sont des points du tableau 5×5 ci-dessous. 	Problem 4. Determine the number of squares whose vertices are points on the 5×5 grid below. 	المسألة 4. حدد عدد المربعات التي رؤوسها نقاط من الشبكة 5×5 الموضحة أدناه. 

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 03 يناير 2025	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Trouver tous les couples d'entiers relatifs (x, y) tels que

$$x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$$

Problem 1. Find all pairs of integers (x, y) such that

$$x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$$

المسألة 1. أوجد جميع الأزواج من الأعداد الصحيحة (x, y) التي تحقق

$$x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$$

Problème 2. Le code de sécurité du smartphone d'Ahmed est formé par une liste de 10 chiffres. Ahmed a oublié deux chiffres de son code indiqués par a et b dans le tableau ci-dessous ;

a	2	0	2	4	b	2	0	2	5

Heureusement, il se rappelle que les chiffres de son code forment un nombre divisible par 99.

- Aider Ahmed à trouver les chiffres manquants de son code.

Problem 2. Ahmed's smartphone security code consists of a list of 10 digits. He has forgotten two of them, denoted by a and b, as shown in the table below :

a	2	0	2	4	b	2	0	2	5

Fortunately, he remembers that the digits of his code form a number divisible by 99.

- Help Ahmed find the missing digits in his code.

المسألة 2. يتكون الرمز السري لهاتف أحمد الذكي من قائمة تضم 10 أرقام. نسي أحمد رقمين من رمزه المشار إليهما بـ a و b في الجدول التالي:

a	2	0	2	4	b	2	0	2	5

لحسن الحظ، يتذكر أن أرقام رمزه تُكوِّن عددًا قابلاً للقسمة على 99.

- ساعد أحمد في إيجاد الرقمين المفقودين من رمزه.

Problème 3. Soient A et B deux points distincts d'un cercle (Γ). Les tangentes à (Γ) en A et B se coupent au point E.
Soit M le milieu du segment $[BE]$.
La droite (AM) recoupe (Γ) en C et la droite (EC) le recoupe en D.

- Montrer que les droites (AD) et (BE) sont parallèles.

Problem 3. Let A and B be two distinct points on a circle (Γ). The tangents to (Γ) at A and B intersect at point E.
Let M be the midpoint of the segment $[BE]$.
The line (AM) intersects (Γ) at C, and the line (EC) intersects it again at D.

- Show that the lines (AD) and (BE) are parallel.

المسألة 3. لتكن A و B نقطتين مختلفتين على دائرة (Γ). المماسان للدائرة (Γ) في A و B يتقاطعان في النقطة E.
ليكن M منتصف القطعة $[BE]$.
المستقيم (AM) يقطع الدائرة (Γ) في النقطة C، والمستقيم (EC) يقطعها مرة أخرى في النقطة D.

- بين أن المستقيمين (AD) و (BE) متوازيان.

Problème 4. Dans chacune des cases d'un tableau carré 6×6, on inscrit l'un des nombres suivants : 0 ; 1 ; -1 tels que la valeur absolue de la somme des nombres inscrits dans toutes ses cases soit inférieure ou égale à 12.

- Prouver que le tableau ainsi obtenu contient un carré 3×3 dont la valeur absolue de la somme de tous les nombres inscrits dans ses cases est inférieure ou égale à 3.

Problem 4. In each cell of a 6×6 square table, one of the following numbers is written : 0, 1, or -1, such that the absolute value of the sum of all the numbers in the table is less than or equal to 12.

- Prove that the table thus obtained contains a 3×3 square whose absolute value of the sum of all the numbers in its cells is less than or equal to 3.

المسألة 4. في كل خانة من جدول مربع 6×6، يُكتب أحد الأعداد التالية: 0 أو 1 أو -1، بحيث تكون القيمة المطلقة لمجموع الأعداد المكتوبة في جميع خاناته أقل من أو تساوي 12.

- برهن أن هذا الجدول يحتوي على مربع 3×3 تكون القيمة المطلقة لمجموع الأعداد في جميع خاناته أقل من أو تساوي 3.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 14 فبراير 2025 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Sur un écran, des entiers relatifs l'un après l'autre suivant la règle comme suit ; Si deux nombres a et b s'affichent dans cet ordre, alors le nombre qui s'affiche juste après est $ab-1$. • Sachant que les deux premiers nombres qui s'affichent sont 1 et 2, quel nombre s'affiche-t-il à l'étape 2027 ?	PROBLEM 1. On a screen, integers appear one after another according to the following rule : If two numbers a and b appear in that order, then the number that appears immediately afterward is $ab-1$. • Given that the first two numbers to appear are 1 and 2, which number appears at step 2027 ?	المسألة 1. على شاشة، تظهر أعداد صحيحة نسبية الواحد تلو الآخر وفق القاعدة التالية: إذا ظهر عددان a و b بهذا الترتيب، فإن العدد الذي يظهر مباشرة بعدهما هو $ab-1$. • علماً أن العددين الأولين اللذين يظهران هما 1 و 2، ما هو العدد الذي يظهر في المرحلة 2027 ؟
PROBLÈME 2. Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs. • Montrer que $$\frac{a}{b+3c}+\frac{b}{c+3a}+\frac{c}{a+3b}\geq\frac{3}{4}$$	PROBLEM 2. Let a, b, and c be three strictly positive real numbers. • Show that $$\frac{a}{b+3c}+\frac{b}{c+3a}+\frac{c}{a+3b}\geq\frac{3}{4}$$	المسألة 2. لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية موجبة تماماً. • أثبت أن $$\frac{a}{b+3c}+\frac{b}{c+3a}+\frac{c}{a+3b}\geq\frac{3}{4}$$
PROBLÈME 3. Soient Γ_1 et Γ_2 deux cercles de meme centre O et de rayons respectifs r_1 et r_2 tels que $r_1<r_2$ et A et B deux points de Γ_1 non diamétralement opposés. La demi-droite $[AB)$ coupe Γ_2 en un point C . La tangente à Γ_1 en A et la tangente à Γ_2 en C se coupent en un point D. La deuxième tangente à Γ_2 passant par D touche le cercle Γ_2 au point E. • Montrer que $[AD)$ est la bissectrice de l'angle $\angle BAE$.	PROBLEM 3. Let Γ_1 and Γ_2 be two circles with the same center O and respective radii r_1 and r_2, such that $r_1<r_2$, and let A and B be two points on Γ_1 that are not diametrically opposite. The half-line $[AB)$ intersects Γ_2 at a point C. The tangent to Γ_1 at A and the tangent to Γ_2 at C intersect at a point D. The second tangent to Γ_2 passing through D touches the circle Γ_2 at the point E. • Show that $[AD)$ is the bisector of the angle $\angle BAE$.	المسألة 3. لتكن Γ_1 وΓ_2 دائرتين لهما نفس المركز O ونصفي القطرين على التوالي r_1 وr_2 بحيث $r_1<r_2$، وليكن A وB نقطتين من الدائرة Γ_1 غير متقابلتين. نصف المستقيم $[AB)$ يقطع الدائرة Γ_2 في نقطة C. المماس للدائرة Γ_1 في A والمماس للدائرة Γ_2 في C يتقاطعان في نقطة D. المماس الثاني للدائرة Γ_2 المار بالنقطة D يمس الدائرة Γ_2 في النقطة E. • بين أن $[AD)$ هو منصف الزاوية $\angle BAE$.
PROBLÈME 4. Yahya et Hiba jouent à un jeu avec n cartes, posées sur une table, en respectant les règles suivantes ; • A tour de róle, chaque joueur tire 1; 2 ou 3 cartes au plus. • Le joueur qui tire la dernière carte est gagnant. Déterminer, suivant les valeurs du nombre n, le joueur qui dispose d'une stratégie gagnante.	PROBLEM 4. Yahya and Hiba are playing a game with n cards placed on a table, following these rules : • Each player, in turn, draws 1, 2, or at most 3 cards. • The player who draws the last card wins. Determine, depending on the value of n, which player has a winning strategy.	المسألة 4. يلعب يحيى وهبة لعبة باستخدام n بطاقات موضوعة على طاولة، وفقًا للقواعد التالية: • كل لاعب، بالتناوب، يسحب بطاقة واحدة، أو اثنتين، أو ثلاث بطاقات على الأكثر. • اللاعب الذي يسحب البطاقة الأخيرة هو الفائز. حدد، حسب قيم العدد n، أي لاعب يمتلك إستراتيجية رابحة.

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 27 فبراير 2026	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. On considère un nombre entier N à quatre chiffres, carré parfait. En ajoutant 1 à chacun de ses chiffres, on obtient un autre nombre entier M, également à quatre chiffres et carré parfait.

- Déterminer toutes les valeurs de N. Justifier.

Problem 1. Consider a four-digit integer N that is a perfect square. By adding 1 to each of its digits, we obtain another four-digit integer M, which is also a perfect square.

- Determine all possible values of N. Justify your answer.

المسألة 1. نعتبر عددًا صحيحًا N مكوّنًا من أربعة أرقام وهو مربع كامل. بإضافة 1 إلى كل رقم من أرقامه، نحصل على عدد صحيح آخر M مكوّن أيضًا من أربعة أرقام وهو كذلك مربع كامل.

- أوجد جميع القيم الممكنة للعدد N مع التعليل.

Problème 2. Soient a, b, c des réels strictement supérieurs à 1.

- Montrer que

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

Problem 2. Let a, b, c be real numbers strictly greater than 1.

- Prove that

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

المسألة 2. لتكن a, b, c أعدادًا حقيقية أكبر تمامًا من 1.

- برهن أن

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

Problème 3. Soient ABC un triangle et M un point du segment AB. Le cercle circonscrit au triangle AMC recoupe BC en E, et le cercle circonscrit au triangle BMC recoupe AC en F. On note O le centre du cercle circonscrit au triangle EFC.

- Montrer que les droites (OM) et (AB) sont perpendiculaires.

Problem 3. Let ABC be a triangle and M a point on the segment AB. The circumcircle of triangle AMC meets BC again at E, and the circumcircle of triangle BMC meets AC again at F. Let O be the center of the circumcircle of triangle EFC.

- Prove that the lines (OM) and (AB) are perpendicular.

المسألة 3. ليكن ABC مثلثًا و M نقطة على القطعة AB. تقطع الدائرة المحيطة بالمثلث AMC المستقيم BC مرة أخرى في النقطة E، وتقطع الدائرة المحيطة بالمثلث BMC المستقيم AC مرة أخرى في النقطة F. نرمز بـ O إلى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFC.

- برهن أن المستقيمين (OM) و (AB) متعامدان.

Problème 4. On considère la grille 4×4 suivante :

4	6	1	12
2	10	8	3
5	-6	x	3
2	1	y	2

Chaque case contient un entier relatif, à l'exception de deux cases contenant des valeurs inconnues x et y. On considère l'opération suivante : choisir deux cases adjacentes (qui partageant un côté commun) et ajouter un même entier relatif k aux nombres inscrits dans ces deux cases.

- Déterminer la condition nécessaire et suffisante sur $x - y$ pour qu'il soit possible, après un nombre fini d'opérations, d'obtenir une grille dont toutes les cases contiennent 0 .

Problem 4. Consider the following 4×4 grid :

4	6	1	12
2	10	8	3
5	-6	x	3
2	1	y	2

Each cell contains an integer, except for two cells containing unknown values x and y. We consider the following operation : choose two adjacent cells (sharing a common side) and add the same integer k to the numbers in these two cells.

- Determine the necessary and sufficient condition on $x - y$ such that, after a finite number of operations, it is possible to obtain a grid where all entries are equal to 0.

المسألة 4. نعتبر الشبكة التالية 4×4:

12	1	6	4
3	8	10	2
3	x	6-	5
2	y	1	2

تحتوي كل خانة على عدد صحيح، باستثناء خانتين تحتويان على قيمتين مجهولتين x و y. نعتبر العملية التالية: نختار خانتين متجاورتين (تشتركان في ضلع مشترك) ونضيف نفس العدد الصحيح k إلى القيم الموجودة في هاتين الخانتين.

- أوجد الشرط اللازم والكافي على $x - y$ حتى يكون من الممكن، بعد عدد منته من العمليات، الحصول على شبكة تكون جميع خاناتها مساوية للصفر.

Version réécrite par Saad Choukri

المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 10 أبريل 2026	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Soit $ABCD$ un quadrilatère cyclique tel que $\angle ADB = 48°$ et $\angle BDC = 56°$. On considère un point X à l'intérieur du triangle ΔABC tel que $\angle XCB = 24°$ et AX soit bissectrice de $\angle BAC$. • Déterminer la mesure de l'angle $\angle ABX$.	PROBLEM 1. Let $ABCD$ be a cyclic quadrilateral such that $\angle ADB = 48°$ and $\angle BDC = 56°$. Consider a point X inside triangle ΔABC such that $\angle XCB = 24°$ and AX is the angle bisector of $\angle BAC$. • Determine the measure of the angle $\angle ABX$.	المسألة 1. ليكن $ABCD$ رباعيًا دائريًا بحيث $\angle ADB = 48°$ و $\angle BDC = 56°$. نعتبر نقطة X داخل المثلث ΔABC بحيث $\angle XCB = 24°$ و يكون AX منصف الزاوية $\angle BAC$. • أوجد قياس الزاوية $\angle ABX$.
PROBLÈME 2. Soient a et b deux entiers naturels tels que $$a^2 + b = 2025$$ • Déterminer tous les couples (a, b) pour lesquels le produit ab est maximal.	PROBLEM 2. Let a and b be two natural integers such that $$a^2 + b = 2025.$$ • Determine all pairs (a, b) for which the product ab is maximal.	المسألة 2. لتكن a و b عددين طبيعيين بحيث $$a^2 + b = 2025.$$ • أوجد جميع الأزواج (a, b) التي يكون فيها حاصل الضرب ab قصوياً.
PROBLÈME 3. Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs vérifiant $xyz = 1$. • Montrer que $$\frac{1+xy^2}{z^3} + \frac{1+yz^2}{x^3} + \frac{1+zx^2}{y^3} \geq \frac{18}{x^3+y^3+z^3}$$	PROBLEM 3. Let x, y, z be three strictly positive real numbers such that $xyz = 1$. • Prove that $$\frac{1+xy^2}{z^3} + \frac{1+yz^2}{x^3} + \frac{1+zx^2}{y^3} \geq \frac{18}{x^3+y^3+z^3}$$	المسألة 3. لتكن x, y, z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة تمامًا بحيث $xyz = 1$. • برهن أن $$\frac{1+xy^2}{z^3} + \frac{1+yz^2}{x^3} + \frac{1+zx^2}{y^3} \geq \frac{18}{x^3+y^3+z^3}$$
PROBLÈME 4. On considère un polygone régulier à 2^{2026} côtés. Hiba souhaite numéroter tous ses sommets de sorte que • Seuls les chiffres 1 et 2 soient utilisés ; • Chaque sommet porte un nombre formé de 2026 chiffres ; • Deux sommets distincts portent des nombres distincts ; • Les nombres de deux sommets consécutifs différent d'un seul chiffre. Une telle numérotation est-elle possible ? Justifier.	PROBLEM 4. Consider a regular polygon with 2^{2026} sides. Hiba wants to label all its vertices such that : • Only the digits 1 and 2 are used ; • Each vertex is assigned a number consisting of 2026 digits ; • Distinct vertices are assigned distinct numbers ; • The numbers assigned to two consecutive vertices differ in exactly one digit. Is such a labeling possible ? Justify your answer.	المسألة 4. نعتبر مضلعًا منتظمًا له 2^{2026} ضلعًا. ترغب هبة في ترقيم جميع رؤوسه بحيث: • تُستعمل فقط الأرقام 1 و 2؛ • يُعطى لكل رأس عدد مكوَّن من 2026 رقمًا؛ • تحمل الرؤوس المختلفة أعدادًا مختلفة؛ • يختلف العددان المرتبطان برأسين متتاليين في رقم واحد فقط. هل مثل هذا الترقيم ممكن؟ علّل جوابك.

Version réécrite par Saad Choukri