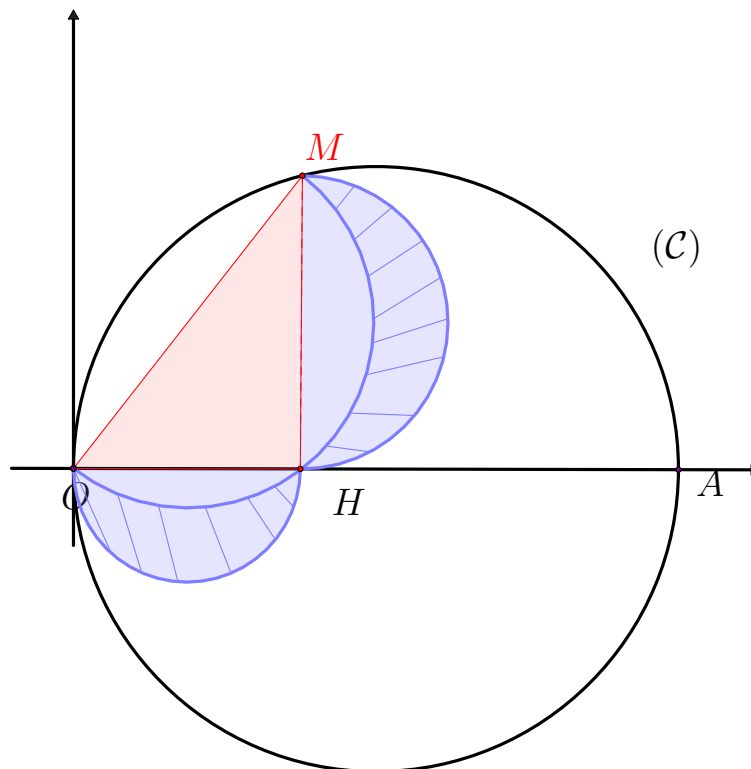


Compilé par le prof. Saad Choukri

○ Problème (Maximisation d'une aire)

Dans la figure ci-dessous :

- (C) est un cercle de diamètre $[OA]$
- M est un point variable du cercle (C)
- H est la projection orthogonale de M sur le segment $[OA]$.
- On a tracé trois demi-cercles de diamètres respectifs les trois côtés du triangle $\triangle OMH$ pour obtenir deux lunules (les deux régions hachurées).



- ① Montrer que la somme des aires des deux lunules est égale à la surface S_{OMH} du triangle $\triangle OMH$.



- ② On désigne par (x, y) le couple de coordonnées de M dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{i} = \overrightarrow{OA}$ ($OA = 1$). On pose $S_{OMH} = f(x)$.

- Montrer que pour tout $x \in [0, 1]$,

$$f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x - x^2}$$

- ③ Déterminer la position du point M sur le cercle (C) pour laquelle la somme des surfaces des deux lunules est maximale.

*

* *

Fin