



Sujet d'étude 4 – Première Bac sciences Maths

Chapitre. Barycentre dans le plan

Compilé par le prof. Saad Choukri

○ Problème (Barycentre et centre du cercle circonscrit)

On pose $\triangle ABC$ un triangle à angles aigus.

On note α, β et γ les mesures respectives dans angles $\hat{A}, \hat{B}$ et $\hat{C}$, et O le centre du cercle circonscrit du triangle $\triangle ABC$ et H l'orthocentre du triangle $\triangle ABC$.

① Montrer que

$$\tan(\alpha)\overrightarrow{OA} + \tan(\beta)\overrightarrow{OB} + \tan(\gamma)\overrightarrow{OC} = (\tan(\alpha) + \tan(\beta) + \tan(\gamma))\overrightarrow{OH}$$

② a) Montrer que

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

b) En déduire que

$$(\tan(\beta) + \tan(\gamma))\overrightarrow{OA} + (\tan(\gamma) + \tan(\alpha))\overrightarrow{OB} + (\tan(\alpha) + \tan(\beta))\overrightarrow{OC}$$

est égal au vecteur nul.

③ Montrer que

$$\tan(\beta) + \tan(\gamma) = \frac{\sin(2\alpha)}{2 \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)}$$

④ En déduire que le point O est le barycentre des points pondérés $(A, \sin(2\alpha)), (B, \sin(2\beta))$ et $(C, \sin(2\gamma))$.

*

* *

Fin