



Rotation dans le plan – Série d'exercices 1

Classe. Première année sciences mathématiques

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. Les exercices donnés dans cette feuille ne sont pas forcément classés suivant leur ordre de difficulté. Cependant, souvent les exercices sont intitulés suivant leurs thèmes. La deuxième partie des exercices rassemble quelques exercices supplémentaires qui sont souvent plus difficiles et nécessitent une compréhension profonde du chapitre correspondant.

○ Exercice 1 (Identification de rotations).

Soient $\triangle ABC$ un triangle isocèle en A , M et N deux points des segments $[AB]$ et $[AC]$ tels que $BM = CN$ et $N \neq C$.

- ① Soit r la rotation de centre A et transforme B en C .
Montrer que $r(M) = N$.
- ② Soit R une rotation qui transforme B en C et M en N .
 - (a) Déterminer l'image de la droite (AB) par la rotation R .
 - (b) Soit A' l'image de A par la rotation R .
Montrer que $CA' = CA$ et $NA' = NA$.
 - (c) En déduire que $R = r$.

○ Exercice 2 (Dans le carré).

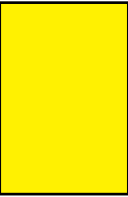
Soient $ABCD$ un carré de centre O ; M et N deux points appartenant respectivement aux segments $[AB]$ et $[BC]$ telles que $AM = BN$.

On considère la rotation R de centre O et qui transforme A en B .

- ①
 - (a) Déterminer l'image du segment $[AB]$ par la rotation R .
 - (b) En déduire l'image du point M par la rotation R .
 - (c) En déduire les droites (OM) et (ON) sont perpendiculaires.
- ②
 - (a) Montrer que les droites (DM) et (AN) sont perpendiculaires.
 - (b) Montrer que les droites (CM) et (DN) sont perpendiculaires.
- ③ Soit I le point d'intersection des droites (CM) et (AN) .
Montrer que les droites (CM) et (AN) sont perpendiculaires.



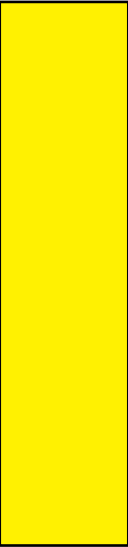
○ Exercice 3 (Recherche d'une rotation).



Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O .

- Montrer que le triangle $\triangle CDB$ est l'image du triangle ABD par une rotation r qu'on doit déterminer ses éléments caractéristiques (son centre et son angle).

○ Exercice 4 (Composée de transformations géométriques).



Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en A tel que

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$$

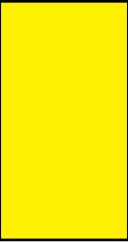
et soit I le milieu du segment $[BC]$.

On considère la rotation R_1 de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et R_2 a rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et enfin T la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

- Déterminer la nature de la transformation géométrique S définie par

$$S = R_2 \circ T \circ R_1$$

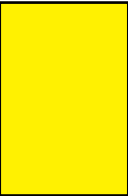
○ Exercice 5 (Un point mobile).



Soit $(\mathcal{D})$ une droite et A un point du plan n'appartenant pas à la droite $(\mathcal{D})$; M un point mobile sur la droite $(\mathcal{D})$. On construit un carré $MNPQ$ de centre A .

- Identifier chacun des ensembles des points N , P et Q lorsque M varie sur la droite $(\mathcal{D})$.

○ Exercice 6 (Détermination d'une rotation).

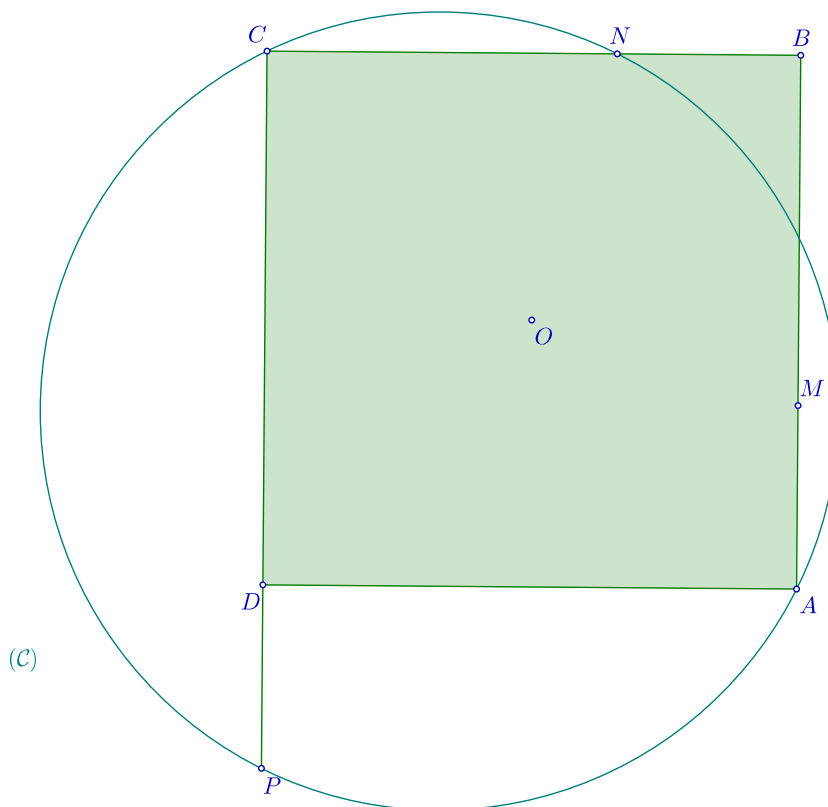


Soit $\triangle ABC$ un triangle équilatéral. On considère une rotation ω tel que $\omega(A) = B$, $\omega(B) = C$ et $\omega(C) = A$.

- Déterminer le centre et l'angle de la rotation ω .

○ Exercice 7.

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré de centre O et (C) un cercle passant par les points A et C .



Soient M un point du segment $[AB]$ vérifiant $BN = AM$ et $P \neq C$ le point d'intersection de la droite (CD) et du cercle (C) .

- ① Montrer que le segment $[PN]$ est un diamètre du cercle (C) .
- ② Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - (a) Déterminer l'image de la droite (BC) par la rotation R puis démontrer que $R(N) = P$.
 - (b) Montrer que $BN = DP$.
- ③ En considérant une rotation r bien choisie, prouver que les deux droites (DN) et (CM) sont perpendiculaires.

Exercices supplémentaires

○ Exercice 8 (Triangle équilatéral et rotation).

Dans le plan $\mathcal{P}$, soit $\triangle ABC$ un triangle équilatéral. On considère les points M , N et P appartenant aux segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$ tels que

$$\frac{BM}{CM} = \frac{CM}{AN} = \frac{PA}{BP}$$

- Montrer que le triangle $\triangle MNP$ est équilatéral.

Indication. Considérer la rotation de centre G qui transforme A en B où G est le barycentre du triangle $\triangle ABC$.

○ Exercice 9 (Rotation et géométrie des cercles).

Soit (C) et (C') deux cercles de même rayon et qui se coupent en deux points I et Ω . Soient O et O' les centres respectifs des cercles (C) et (C') et R la rotation de centre Ω qui transforme O en O' . Enfin, soit M un point du cercle (C) différent de I et Ω et $M' = R(M)$.

- Montrer que les points I , M et M' sont alignés.

○ Exercice 10 (Un point invariant).

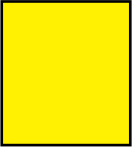
Soient (C) et (C') deux cercles de même rayon et de centres respectifs O et O' . On considère deux points $M \in (C)$ et $M' \in (C')$ tels que

$$\widehat{(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'})} \equiv \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$$

- Montrer que la médiatrice du segment $[MM']$ passe par un point invariant dans le plan lorsque M et M' varient.



○ Exercice 11 (Une construction géométrique).



Soient O , M et N trois points du plan tels que $OM \neq ON$.

- Construire un carré $ABCD$ de centre O et tel que $M \in (AB)$ et $N \in (BC)$.

* *

*

Fin