



Modèle 2 du Devoir surveillé 5 – Première année Bac sciences Maths

Chapitres. Géométrie dans l'espace

Durée. 2 h 30 min

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (8 points)

Soient $ABCD$ un tétraèdre régulier et M un point du segment $[BC]$ distinct de C .

1.5pts

① Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par M et orthogonal à (BC) .

- Démontrer que la section du tétraèdre $ABCD$ par le plan $\mathcal{P}$ est un triangle isocèle $\triangle MNP$.

3.5pts

② On note I , J et Q les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AD]$ et $[NP]$. On suppose que $M \in [CI]$.

a) On pose $\overrightarrow{CM} = \alpha \overrightarrow{CI}$.

- A quel intervalle appartient le réel α ?

b) Démontrer que $Q \in [CJ]$.

c) Déterminer le lieu géométrique du point Q lorsque M décrit $[CI]$ privée de C .

2pts

③ Étudier le lieu géométrique du centre de gravité G du triangle $\triangle MNP$ lorsque M décrit $[CI]$ privé de C .

1pts

④ En déduire le lieu géométrique du centre de gravité G du triangle $\triangle MNP$ lorsque M décrit $[BC]$.

○ Exercice 2 (6 points)

Soit $SABC$ un tétraèdre. On désigne par I , J et K les milieux respectifs des segments



2.5pts

$[AS], [BS]$ et $[CS]$. On munit l'espace $\mathcal{E}$ du repère $(S, \overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC})$.

①

- a) Déterminer les coordonnées des points I, J et K .
- b) Déterminer une équation cartésienne du plan (IJK) .

2pts

② Soit G le centre de gravité du triangle $\triangle ABC$.

- a) Donner une représentation paramétrique de la droite (SG) .
- b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (SG) et du plan (IJK) .

1.5pts

③ Montrer que les plans (IJK) et (ABC) se coupent suivant une droite $\mathcal{D}$ dont on déterminera une représentation paramétrique.

○ Exercice 3 (6 points)

On munit l'espace à un repère orthonormé d'origine O et on considère le point $A(1, -1, 3)$ et le plan $\mathcal{P}$ défini par l'équation cartésienne

$$x - y + 3z = 0$$

3pts

①

- a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (OA) .
- b) Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{Q}$ orthogonal à la droite (OA) en A .
- c) Vérifier que $\mathcal{Q}$ est parallèle à $\mathcal{P}$.

3pts

② On considère la sphère $\mathcal{S}$ tangente à $\mathcal{Q}$ en A et coupant $\mathcal{P}$ selon un cercle de centre O et de rayon $\sqrt{33}$.

③ Soit $\Omega(a, b, c)$ le centre de la sphère $\mathcal{S}$.

- a) Montrer que $\Omega \in (OA)$. et en déduire que $b = -a$ et $c = 3a$.
- b) Montrer que $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ et en déduire que

$$a - b + 3c = -11$$

- c) En déduire que le rayon de la sphère $\mathcal{S}$ vaut $2\sqrt{11}$.



○ Bonus (4 points)

On considère un quadrilatère $ABCD$ tel que les droites (CA) et (DA) soient perpendiculaires et $AC = DA$, I le milieu de $[DC]$ et on considère l'ensemble $\mathcal{A}$ des points M vérifiant

$$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$$

- Montrer que $\mathcal{A}$ est le plan passant par A et orthogonal à la droite (AI) .
- Déterminer l'intersection de l'ensemble $\mathcal{A}$ et le plan (ADC) .

* * *

Fin