



Modèle 1 du Devoir surveillé 5 – Première année Bac sciences Maths

Chapitres. Géométrie dans l'espace

Durée. 2 h 30 min

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (6 points)

Soient A, B et C trois points non alignés et S un point à l'extérieur du plan (ABC) , G le centre de gravité des points S, A, B et C et Ω un point tel que

$$2\overrightarrow{\Omega S} + \overrightarrow{\Omega A} = \overrightarrow{0}$$

Le but de cet exercice est la détermination des points d'intersection de (ΩG) et (ABC) .

2.5pts

- ① Soient H le centre de gravité du triangle ABC ; I et J les milieux respectifs de $[AS]$ et $[BC]$.

a) Montrer que

$$\overrightarrow{GS} + 3\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{0}$$

b) Montrer que G est le milieu du segment $[IJ]$.

3.5pts

②

a) Montrer que $(\Omega G) \subset (ASJ)$.

b) En déduire que (ΩG) perce le plan (ABC) .

c) Soit Ω' le point d'intersection de (ΩG) et (ABC) .

- Montrer que $\Omega' \in (AJ)$.

○ Exercice 2 (7 points)

On munit l'espace d'un repère orthonormé.

On considère les points $P(7, 2, 2)$ et $Q(5, -2, 2)$ et $S(6, 3, 4)$.



1pts

① Prouver que les points P, Q et S déterminent un plan.

1pts

② Vérifier que $2x - 4y + 3z - 12 = 0$ est une équation cartésienne du plan (SPQ) .

1.5pts

③ Soit D une droite définie par les deux équations cartésiennes:

$$\begin{cases} x + y + 3 &= 0 \\ 2y - z + 12 &= 0 \end{cases}$$

- Montrer que D est parallèle au plan (SPQ) .

1.5pts

④ On considère les points $A(6, 0, -3)$ et $B(0, -3, 6)$.

- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

2pts

⑤

- Déterminer le triplet de coordonnées du point R intersection de (AB) et du plan (SPQ) .
- Vérifier que $PQRS$ est un parallélogramme.

○ Exercice 3 (7 points)

On munit l'espace d'un repère orthonormé et on considère les points $A(1, 2, 2)$; $B(1, 0, 1)$ et $C(3, 2, 1)$ et le plan d'équation cartésienne $z = 1$.

1.5pts

① Vérifier que $(BC) \subset \mathcal{P}$ puis donner une représentation paramétrique de la droite (BC) .

1pts

② Déterminer les coordonnées du point K projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$.

1pts

③ Montrer que les droites (HK) et (BC) sont perpendiculaires où $H(2, 1, 0)$.

1.5pts

④ Soit S la sphère de centre A et tangente (HK) .

- Déterminer le rayon de S .

2pts

⑤ Étudier l'intersection de la droite (BC) et de la sphère S .



○ Bonus (4 points)

Soit (S) la sphère de centre O et passant par le point A . Le point M appartient (S) tel que $AM = \alpha$ où $\alpha > \sqrt{2}OA$ et I le projeté orthogonal du point M sur la droite (OA) .

- Déterminer OI en fonction de α et OA .
- Déterminer l'ensemble des points M de la sphère (S) tels que $AM = \alpha$.

* * *

Fin