



Modèle 1 du Devoir surveillé 4 – Première année Bac sciences Maths

Chapitres. Analytique du produit scalaire; Rotation dans le plan

Durée. 2 h 30 min

Compilé par le prof. Saad Choukri

Note. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. Une attention particulière sera portée à la présentation, à la lisibilité et à la rigueur de la rédaction. Les réponses non argumentées seront ignorées.

○ Exercice 1 (2.5 points)

Déterminer l'équation cartésienne de chacune des deux tangentes au cercle (C) d'équation

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

qui sont perpendiculaires à la droite (Δ) d'équation cartésienne $y = x$.

○ Exercice 2 (5.5 points)

On munit le plan ($\mathcal{P}$) d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(-1, -2)$ et $B(2, 1)$ et l'ensemble des points M du plan qui vérifient $MA = 2MB$.

L'objectif de cet exercice est déterminer l'ensemble (C) en extension; nous utiliserons deux méthodes, la première de nature géométrique et la deuxième étant analytique.

3.25pts

① (Méthode géométrique)

a) Montrer que

$$M \in (C) \iff (\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB})$$

b) Soit I le barycentre du système pondéré $\{(A, 1); (B, -2)\}$ et J le barycentre du système $\{(A, 1); (B, 2)\}$.

• Construire les points I et J et montrer que

$$M \in (C) \iff \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MJ} = 0$$

puis expliciter et construire l'ensemble (C).

2.25pts

② (Méthode analytique)

a) Montrer que

$$M(x, y) \in (C) \iff x^2 + y^2 - 6y - 4x + 5 = 0$$

b) Vérifier la validité des résultats de la question précédente.

○ Exercice 3 (4 points)

Soient $ABCD$ un parallélogramme; on construit à son extérieur deux triangles équilatéraux $\triangle ABE$ et $\triangle ADF$.

Soit r la rotation de centre E et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et on note C' l'image du point C par la rotation r .

1.5pts

① Montrer que $AC' = AF$.

1.5pts

② Montrer que

$$(\widehat{\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AF}}) \equiv 0 \pmod{2\pi}$$

1pts

③ En déduire que $C' = F$.

○ Exercice 4 (8 points)

Soit $\triangle ABC$ un triangle équilatéral de centre O tel que

$$(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi}$$

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

1.5pts

① Montrer que $r(A) = B$ et $r(B) = C$.

1pts

② Déterminer l'image du segment $[AB]$ par la rotation r .

Soient $M \in [AB]$ et $P \in [BC]$ tel que $BP = AM$.

1pts

③ Montrer que $r(M) = P$ et en déduire que $OM = OP$.

1.25pts

④ Déterminer une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OP}})$.

1.25pts

⑤ Exprimer la distance MP en fonction de la distance OM .



2pts

- ⑥ Déterminer le lieu géométrique du point M sur le segment $[AB]$ de sorte que la distance MP soit minimale.

○ Bonus (4 points)

Soient (Γ) et (Γ') deux cercles et Ω un point donné du plan.

- En cas de son existence, construire un triangle équilatéral l'un de ses sommets est Ω et ses deux autres sommets appartenant respectivement aux cercles (Γ) et (Γ') .

* * *

Fin