المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 27 فبراير 2026	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. On considère un nombre entier N à quatre chiffres, carré parfait. En ajoutant 1 à chacun de ses chiffres, on obtient un autre nombre entier M, également à quatre chiffres et carré parfait.

- Déterminer toutes les valeurs de N. Justifier.

Problem 1. Consider a four-digit integer N that is a perfect square. By adding 1 to each of its digits, we obtain another four-digit integer M, which is also a perfect square.

- Determine all possible values of N. Justify your answer.

المسألة 1. نعتبر عددًا صحيحًا N مكوّنًا من أربعة أرقام وهو مربع كامل. بإضافة 1 إلى كل رقم من أرقامه، نحصل على عدد صحيح آخر M مكوّن أيضًا من أربعة أرقام وهو كذلك مربع كامل.

- أوجد جميع القيم الممكنة للعدد N مع التعليل.

Problème 2. Soient a, b, c des réels strictement supérieurs à 1.

- Montrer que

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

Problem 2. Let a, b, c be real numbers strictly greater than 1.

- Prove that

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

المسألة 2. لتكن a, b, c أعدادًا حقيقية أكبر تمامًا من 1.

- برهن أن

$$\frac{a^2}{\sqrt{bc}} + \frac{b^2}{\sqrt{ca}} + \frac{c^2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

Problème 3. Soient ABC un triangle et M un point du segment AB. Le cercle circonscrit au triangle AMC recoupe BC en E, et le cercle circonscrit au triangle BMC recoupe AC en F. On note O le centre du cercle circonscrit au triangle EFC.

- Montrer que les droites (OM) et (AB) sont perpendiculaires.

Problem 3. Let ABC be a triangle and M a point on the segment AB. The circumcircle of triangle AMC meets BC again at E, and the circumcircle of triangle BMC meets AC again at F. Let O be the center of the circumcircle of triangle EFC.

- Prove that the lines (OM) and (AB) are perpendicular.

المسألة 3. ليكن ABC مثلثًا و M نقطة على القطعة AB. تقطع الدائرة المحيطة بالمثلث AMC المستقيم BC مرة أخرى في النقطة E، وتقطع الدائرة المحيطة بالمثلث BMC المستقيم AC مرة أخرى في النقطة F. نرمز بـ O إلى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFC.

- برهن أن المستقيمين (OM) و (AB) متعامدان.

Problème 4. On considère la grille 4×4 suivante :

4	6	1	12
2	10	8	3
5	-6	x	3
2	1	y	2

Chaque case contient un entier relatif, à l'exception de deux cases contenant des valeurs inconnues x et y. On considère l'opération suivante : choisir deux cases adjacentes (qui partageant un côté commun) et ajouter un même entier relatif k aux nombres inscrits dans ces deux cases.

- Déterminer la condition nécessaire et suffisante sur $x - y$ pour qu'il soit possible, après un nombre fini d'opérations, d'obtenir une grille dont toutes les cases contiennent 0 .

Problem 4. Consider the following 4×4 grid :

4	6	1	12
2	10	8	3
5	-6	x	3
2	1	y	2

Each cell contains an integer, except for two cells containing unknown values x and y. We consider the following operation : choose two adjacent cells (sharing a common side) and add the same integer k to the numbers in these two cells.

- Determine the necessary and sufficient condition on $x - y$ such that, after a finite number of operations, it is possible to obtain a grid where all entries are equal to 0.

المسألة 4. نعتبر الشبكة التالية 4×4:

12	1	6	4
3	8	10	2
3	x	6-	5
2	y	1	2

تحتوي كل خانة على عدد صحيح، باستثناء خانتين تحتويان على قيمتين مجهولتين x و y. نعتبر العملية التالية: نختار خانتين متجاورتين (تشتركان في ضلع مشترك) ونضيف نفس العدد الصحيح k إلى القيم الموجودة في هاتين الخانتين.

- أوجد الشرط اللازم والكافي على $x - y$ حتى يكون من الممكن، بعد عدد منته من العمليات، الحصول على شبكة تكون جميع خاناتها مساوية للصفر.

Version réécrite par Saad Choukri