المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 2 دجنبر 2022	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

PROBLÈME 1. Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x+y=1$. • Montrer que $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$	PROBLEM 1. Let x and y be two positive real numbers such that $x+y=1$. • Show that $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$	المسألة 1. ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين تماما بحيث $x+y=1$. • برهن أن $$\frac{x^2}{y+1}+\frac{y^2}{x+1}\geq\frac{1}{3}$$
PROBLÈME 2. Un tailleur dispose d'un grand morceau de tissu. Il le découpe en 4 morceaux. Il choisit ensuite un des 4 morceaux qui le découpe à nouveau en 4 morceaux. Le tailleur répète cette opération un certain nombre de fois. • Est-il possible d'avoir, après ces opérations, 2022 petits morceaux de tissu ?	PROBLEM 2. A tailor has a large piece of fabric. He cuts it into 4 pieces. Then he chooses one of the 4 pieces and cuts it again into 4 pieces. The tailor repeats this operation a certain number of times. • Is it possible to have, after these operations, 2022 small pieces of fabric ?	المسألة 2. يمتلك خياط قطعة كبيرة من القماش. قام بقصها إلى 4 قطع. ثم اختار واحدة من هذه القطع الأربع وقام بقصها مرة أخرى إلى 4 قطع. يكرر الخياط هذه العملية عددًا معينًا من المرات. • هل من الممكن أن يحصل، بعد هذه العمليات، على 2022 قطعة صغيرة من القماش؟
PROBLÈME 3. Soit $MNPQ$ un parallélogramme. On considère un point E à l'intérieur de $MNPQ$ tel que $PE=PN$. Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[ME]$ et $[PQ]$. • Montrer que les droites (NE) et (IJ) sont perpendiculaires.	PROBLEM 3. Let $MNPQ$ be a parallelogram. Consider a point E inside $MNPQ$ such that $PE=PN$. The points I and J are the midpoints of segments $[ME]$ and $[PQ]$, respectively. • Show that the lines (NE) and (IJ) are perpendicular.	المسألة 3. ليكن $MNPQ$ متوازي أضلاع. نأخذ نقطة E داخل $MNPQ$ بحيث أن $PE=PN$. النقطتان I و J هما منتصفا القطعتين $[ME]$ و $[PQ]$ على التوالي. • برهن أن المستقيمين (NE) و (IJ) متعامدان.
PROBLÈME 4. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (a,b) tels que $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$	PROBLEM 4. Determine all pairs of non-negative integers (a,b) such that $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$	المسألة 4.حدد جميع أزواج الأعداد الصحيحة الطبيعية (a,b) التي تحقق $$1+2^a+2^{a+1}=b^2$$

Version réécrite par Saad Choukri