المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 29 أبريل 2022	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soit q un nombre premier tel que :

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

avec $n \geq 3$ un nombre entier naturel.

- Prouver que 36 divise le nombre $(q-7)$.

Problem 1. Let q be a prime number such that :

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

where $n \geq 3$ is a positive integer.

- Prove that 36 divides the number $(q-7)$.

المسألة 1. ليكن q عددًا أوليًا بحيث:

$$3q+10 = (n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$$

حيث $n \geq 3$ عدد صحيح طبيعي.

- برهن أن العدد $(q-7)$ قابل للقسمة على 36.

Problème 2. Déterminer tous les couples $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ qui vérifient le système suivant,

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

Problem 2. Determine all pairs $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ that satisfy the following system

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

المسألة 2. حدد جميع الأزواج $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ التي تحقق النظام التالي

$$\begin{cases} x^2+x = y^3-y \\ y^2+y = x^3-x \end{cases}$$

Problème 3. On construit n points sur une feuille rectangulaire. La longueur de cette feuille est 40 cm et sa largeur est 30 cm .

1. Si $n=7$, prouver qu'il existe deux points M et N, parmi ces 7 points, tels que
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. Si $n=6$, prouver qu'il existe deux points M et N, parmi ces 6 points, tels que
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

Problem 3. We place n points on a rectangular sheet. The length of this sheet is 40 cm and its width is 30 cm.

1. If $n=7$, prove that there exist two points M and N among these 7 points such that
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. If $n=6$, prove that there exist two points M and N among these 6 points such that
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

المسألة 3. نضع n نقاط على ورقة مستطيلة. طول هذه الورقة 40 سم وعرضها 30 سم.

1. إذا كان $n=7$، برهن أنه يوجد نقطتان M و N من بين هذه النقاط السبع بحيث
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$
2. إذا كان $n=6$، برهن أنه يوجد نقطتان M و N من بين هذه النقاط الست بحيث
$$MN \leq 10\sqrt{5}$$

Version réécrite par Saad Choukri