المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 30 أبريل 2021	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soit ABC un triangle rectangle en A. Les bissectrices intérieures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ coupent respectivement $[AC]$ en P et $[AB]$ en Q. Les points M et N sont respectivement les projections orthogonales des points P et Q sur le segment $[BC]$.

- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MAN}$.

Problem 1. Let ABC be a right triangle at A. The interior bisectors of angles $\widehat{ABC}$ and $\widehat{ACB}$ meet $[AC]$ at P and $[AB]$ at Q respectively. Points M and N are the orthogonal projections of P and Q onto segment $[BC]$ respectively.

- Determine the measure of angle $\widehat{MAN}$.

المسألة 1. ليكن ABC مثلثاً قائماً في A. تقطع منصّفا الزاويتين الداخليتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$ الضلعَ $[AC]$ في P والضلعَ $[AB]$ في Q على الترتيب. النقطتان M و N هما الإسقاطان المتعامدان للنقطتين P و Q على القطعة $[BC]$ على الترتيب.

- حدّد قياس الزاوية $\widehat{MAN}$.

Problème 2. Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls tels que :

$$\text{pgcd}(a,b)=1, \quad b-a=15$$

et $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}.$

- Quelle est la valeur de la fraction $\dfrac{a}{b}$?

Problem 2. Let a and b be two nonzero natural numbers such that :

$$\gcd(a,b)=1, \quad b-a=15$$

and $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}.$

- What is the value of the fraction $\dfrac{a}{b}$?

المسألة 2. ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير معدومَين بحيث:

$$\text{pgcd}(a,b)=1, \quad b-a=15$$

و $\quad \dfrac{5}{9}<\dfrac{a}{b}<\dfrac{4}{7}$.

- ما هي قيمة الكسر $\dfrac{a}{b}$ ؟

Problème 3. Nous disons qu'un entier $n \geq 2$ est de type SP si nous pouvons répartir les nombres entiers naturels $1,2,3,\ldots,n$ en deux ensembles non vides n'ayant aucun élément commun tels que : la somme des nombres appartenant à l'un des deux ensembles est égale au produit des nombres appartenant à l'autre ensemble.

- Par exemple : $n=7$ est un nombre de type SP car

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) Prouver que $n=4$ n'est pas de type SP.

(2) Les nombres 5 et 6 sont-ils de type SP ?

(3) Montrer que tout nombre entier $n \geq 7$ est de type SP.

Problem 3. We say that an integer $n \geq 2$ is of type SP if we can partition the natural numbers $1,2,3,\ldots,n$ into two non-empty disjoint sets such that : the sum of the numbers in one of the two sets equals the product of the numbers in the other set.

- For example : $n=7$ is of type SP since

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) Prove that $n=4$ is not of type SP.

(2) Are the numbers 5 and 6 of type SP ?

(3) Show that every integer $n \geq 7$ is of type SP.

المسألة 3. نقول إن عدداً صحيحاً $n \geq 2$ من النوع SP إذا أمكن توزيع الأعداد الطبيعية $1,2,3,\ldots,n$ على مجموعتين غير فارغتين لا يشتركان في أي عنصر بحيث: مجموع أعداد إحدى المجموعتين يساوي حاصل ضرب أعداد المجموعة الأخرى.

- مثلاً: $n=7$ من النوع SP لأن

$$2+4+5+7=1\times 3\times 6$$

(1) أثبت أن $n=4$ ليس من النوع SP.

(2) هل العددان 5 و 6 من النوع SP؟

(3) أثبت أن كل عدد صحيح $n \geq 7$ من النوع SP.

Version réécrite par Saad Choukri