المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 5 مارس 2021 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soit ABC un triangle rectangle en A. Considérons un cercle $(\mathcal{C})$ passant par les points A et B et coupant les côtés $[AC]$ et $[BC]$ respectivement aux points D et E.

- Sachant que le rayon du cercle $(\mathcal{C})$ est égal à $\dfrac{CD}{2}$, prouver que le triangle ABE est isocèle.

Problem 1. Let ABC be a right triangle at A. Consider a circle $(\mathcal{C})$ passing through points A and B and cutting sides $[AC]$ and $[BC]$ at points D and E respectively.

- Knowing that the radius of circle $(\mathcal{C})$ is equal to $\dfrac{CD}{2}$, prove that triangle ABE is isosceles.

المسألة 1. ليكن ABC مثلثاً قائماً في A. نعتبر دائرة $(\mathcal{C})$ تمر بالنقطتين A و B وتقطع الضلعين $[AC]$ و $[BC]$ على الترتيب في النقطتين D و E.

- علماً بأن نصف قطر الدائرة $(\mathcal{C})$ يساوي $\dfrac{CD}{2}$، أثبت أن المثلث ABE متساوي الساقين.

Problème 2. Soient a et b des nombres réels tels que :

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- Déterminer la valeur du nombre $a + b$.

Problem 2. Let a and b be real numbers such that :

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- Determine the value of the number $a + b$.

المسألة 2. ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث:

$$a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0, \quad b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$$

- حدّد قيمة العدد $a + b$.

Problème 3. Soient a, b, c, d, e, f, g, h et i dans $\mathbb{N}^*$ n'ayant que le nombre 1 comme diviseur commun. On dit que le tableau

a	b	c
d	e	f
g	h	i

est un **carré magique multiplicatif (CMM)** de produit P si et seulement si le produit des nombres de chacune des lignes, le produit des nombres de chacune des colonnes et le produit des nombres de chacune des deux diagonales est égal à P.

(1) Montrer que si le tableau ci-dessus est **(CMM)** de produit P, alors $e^3 = P$.

(2) Construire un tableau qui est **(CMM)** utilisant tous les diviseurs de 100.

(3) Montrer que si e est un nombre premier, alors il n'y a que quatre carrés magiques multiplicatifs possibles.

Problem 3. Let a, b, c, d, e, f, g, h and i be elements of $\mathbb{N}^*$ having only 1 as a common divisor. We say that the array

a	b	c
d	e	f
g	h	i

is a **multiplicative magic square (MMS)** of product P if and only if the product of the numbers in each row, each column, and each of the two diagonals equals P.

(1) Show that if the above array is a **(MMS)** of product P, then $e^3 = P$.

(2) Construct an array that is a **(MMS)** using all divisors of 100.

(3) Show that if e is a prime number, then there are only four possible multiplicative magic squares.

المسألة 3. ليكن a, b, c, d, e, f, g, h و i أعداداً في $\mathbb{N}^*$ ليس لها سوى العدد 1 كقاسم مشترك. نقول إن الجدول

a	b	c
d	e	f
g	h	i

هو مربع سحري ضربي (م.س.ض) من حاصل الضرب P إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب أعداد كل صف، وحاصل ضرب أعداد كل عمود، وحاصل ضرب أعداد كل قطر يساوي P.

(1) أثبت أنه إذا كان الجدول أعلاه (م.س.ض) من حاصل الضرب P، فإن $e^3 = P$.

(2) أنشئ جدولاً يكون (م.س.ض) باستخدام جميع قواسم 100.

(3) أثبت أنه إذا كان e عدداً أولياً، فلا يوجد سوى أربعة مربعات سحرية ضربية ممكنة.