المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 7 فبراير 2020 | مدة الإنجاز. ساعتان

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Trouver tous les triplets (x, y, z) de nombres réels, où $x \geq 1$, $y \geq 1$ et $z \geq 1$, qui vérifient le système suivant,

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

Problème 2. Considérons un point G à l'intérieur d'un parallélogramme $ABCD$. Soit $(\mathcal{C})$ un cercle passant par A et G et qui coupe, pour la deuxième fois, les côtés $[AB]$ et $[AD]$ aux points E et F respectivement. La droite (FG) coupe le côté $[BC]$ en H et la droite (EG) coupe le côté $[CD]$ en I. Le cercle circonscrit du triangle HGI coupe le cercle $(\mathcal{C})$ pour la deuxième fois en M, où $M \neq G$.

- Prouver que $M \in [AC]$.

Problème 3. Nous avons au moins 8 pommiers et 8 bananiers. Nous voulons planter seulement 8 arbres dans une rangée, tels qu'il ne devrait pas y avoir de pommiers entre deux bananiers.

- De combien de façons possibles peut-on planter ces huit arbres ?

Problem 1. Find all triples (x, y, z) of real numbers, where $x \geq 1$, $y \geq 1$ and $z \geq 1$, satisfying the following system,

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

Problem 2. Consider a point G inside a parallelogram $ABCD$. Let $(\mathcal{C})$ be a circle passing through A and G that meets, for the second time, sides $[AB]$ and $[AD]$ at points E and F respectively. Line (FG) meets side $[BC]$ at H and line (EG) meets side $[CD]$ at I. The circumscribed circle of triangle HGI meets circle $(\mathcal{C})$ for the second time at M, where $M \neq G$.

- Prove that $M \in [AC]$.

Problem 3. We have at least 8 apple trees and 8 banana trees. We want to plant only 8 trees in a row, such that there should be no apple trees between two banana trees.

- In how many possible ways can we plant these eight trees ?

المسألة 1. أوجد جميع المثلوثات (x, y, z) من أعداد حقيقية، حيث $x \geq 1$ و $y \geq 1$ و $z \geq 1$، التي تحقق النظامة التالية:

$$\begin{cases} (x+y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right) &= \dfrac{17}{4} \\ (y+z)\left(1+\dfrac{1}{yz}\right) &= \dfrac{25}{3} \\ (z+x)\left(1+\dfrac{1}{zx}\right) &= \dfrac{33}{4} \end{cases}$$

المسألة 2. نعتبر نقطة G داخل متوازي أضلاع $ABCD$. لتكن $(\mathcal{C})$ دائرة مارة من A و G والتي تقطع، للمرة الثانية، الضلعين $[AB]$ و $[AD]$ على التوالي في النقطتين E و F. المستقيم (FG) يقطع الضلع $[BC]$ في H والمستقيم (EG) يقطع الضلع $[CD]$ في I. الدائرة المحيطة بالمثلث HGI تقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ للمرة الثانية في M، حيث $M \neq G$.

- أثبت أن $M \in [AC]$.

المسألة 3. لدينا ما لا يقل عن 8 أشجار تفاح و8 أشجار موز. نريد زراعة 8 أشجار فقط في صف واحد، بحيث لا تكون هناك أشجار تفاح بين شجرتَي موز.

- كم عدد الطرق الممكنة التي يمكن أن نزرع بها هذه الأشجار الثمانية ؟

Version réécrite par Saad Choukri