المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 22 مارس 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. On considère un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O. Soient (AB) et (AC) deux droites tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ aux points B et C. Le point E appartient au diamètre $[BD]$ tel que $(CE) \perp (BD)$.

(1) Montrer que

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) Montrer que

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

Problem 1. Consider a circle $(\mathcal{C})$ with centre O. Let (AB) and (AC) be two tangent lines to circle $(\mathcal{C})$ at points B and C. Point E lies on diameter $[BD]$ such that $(CE) \perp (BD)$.

(1) Show that

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) Show that

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

المسألة 1. نعتبر دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها O. ليكن (AB) و (AC) مستقيمين مماسين للدائرة $(\mathcal{C})$ عند النقطتين B و C. النقطة E تنتمي للقطر $[BD]$ بحيث $(CE) \perp (BD)$.

(1) بيّن أن

$$BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

(2) بيّن أن

$$\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

Problème 2. Trouver le plus petit nombre réel m, pour lequel il existe deux nombres réels a et b tels que l'inégalité

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

soit vérifiée pour tout x de l'intervalle $[-1, 1]$.

Problem 2. Find the smallest real number m, for which there exist two real numbers a and b such that the inequality

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

holds for all x in the interval $[-1\,1]$.

المسألة 2. أوجد أصغر عدد حقيقي m، الذي من أجله يوجد عددان حقيقيان a و b بحيث تكون المتفاوتة

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

محققة لكل x من المجال $[-1, 1]$.

Problème 3. Soit p un nombre premier. Supposons qu'il existe deux entiers naturels distincts m et n tels que

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- Montrer qu'il existe $a \in \mathbb{N}$ tel que

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{ou} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

Problem 3. Let p be a prime number. Suppose there exist two distinct natural numbers m and n such that

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- Show that there exists $a \in \mathbb{N}$ such that

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{or} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

المسألة 3. ليكن p عدداً أولياً. نفترض أنه يوجد عددان صحيحان طبيعيان مختلفان m و n بحيث

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

- بيّن أنه يوجد a من $\mathbb{N}$ حيث

$$2p - n - m = a^2 \quad \text{أو} \quad 2p - n - m = 2a^2$$

Version réécrite par Saad Choukri