المستوى. الجذع المشترك	تاريخ التمرير. الجمعة 8 فبراير 2019	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soient a, b, c et d des nombres réels strictement positifs tels que :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{et} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) Prouver que $ab \geq 4$.

(2) Trouver la valeur minimale du nombre $ab + cd$.

Problem 1. Let a, b, c and d be strictly positive real numbers such that :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{and} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) Prove that $ab \geq 4$.

(2) Find the minimum value of the number $ab + cd$.

المسألة 1. ليكن a و b و c و d أعداداً حقيقية موجبة قطعاً بحيث:

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{و} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

(1) أثبت أن $ab \geq 4$.

(2) أوجد القيمة الدنيا للعدد $ab + cd$.

Problème 2. Soit ABC un triangle et $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit. La hauteur issue du sommet A coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en un point D et coupe le segment $[BC]$ en un point E. Soit J le milieu du segment $[CD]$.

- Montrer que les droites (EJ) et (AB) sont perpendiculaires.

Problem 2. Let ABC be a triangle and $(\mathcal{C})$ its circumscribed circle. The altitude from vertex A meets circle $(\mathcal{C})$ at a point D and meets segment $[BC]$ at a point E. Let J be the midpoint of segment $[CD]$.

- Show that lines (EJ) and (AB) are perpendicular.

المسألة 2. ليكن ABC مثلثاً و $(\mathcal{C})$ دائرته المحيطة. الارتفاع المار من الرأس A يقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ في نقطة D ويقطع القطعة $[BC]$ في نقطة E. لتكن J منتصف القطعة $[CD]$.

- بيّن أن المستقيمين (EJ) و (AB) متعامدين.

Problème 3. On dit qu'un nombre premier p est **charmant**, s'il s'écrit sous la forme $p = m^3 - n^3$ pour $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Donner trois exemples de nombres premiers charmants ayant les chiffres des unités deux-à-deux distincts.

(2) Trouver toutes les valeurs possibles du chiffre des unités d'un nombre premier charmant.

Problem 3. We say that a prime number p is **charming**, if it can be written in the form $p = m^3 - n^3$ for $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Give three examples of charming prime numbers with pairwise distinct units digits.

(2) Find all possible values of the units digit of a charming prime number.

المسألة 3. نقول عن عدد أولي موجب p إنه جميل، إذا كان يكتب على شكل $p = m^3 - n^3$ من أجل $m, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) أعط ثلاثة أمثلة لأعداد أولية جميلة أرقام وحداتها مختلفة مثنى مثنى.

(2) أوجد جميع القيم الممكنة لرقم وحدات عدد أولي جميل.

Version réécrite par Saad Choukri