المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 16 نونبر 2018 | مدة الإنجاز. ساعتان و نصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Déterminer tous les triplets (x, y, z) de nombres réels vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

Problem 1. Find all triples (x, y, z) of real numbers satisfying the following system :

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

المسألة 1. حدّد جميع المثلوثات (x, y, z) من أعداد حقيقية التي تحقق النظامة التالية:

$$\begin{cases} x+y-z &= -1 \\ x^2-y^2+z^2 &= 1 \\ -x^3+y^3+z^3 &= -1 \end{cases}$$

Problème 2. On considère un segment $[AB]$ et soient D_0, D_1, ..., et D_{2018} des points appartenant à $[AB]$ tels que $D_0 = A$, $D_{2018} = B$ et

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- Si C est un point du plan tel que $[\widehat{BCA}] = 90°$, prouver que :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

Problem 2. Consider a segment $[AB]$ and let D_0, D_1, ..., D_{2018} be points on $[AB]$ such that $D_0 = A$, $D_{2018} = B$ and

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- If C is a point in the plane such that $[\widehat{BCA}] = 90°$, prove that :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

المسألة 2. نعتبر قطعة $[AB]$ ولتكن D_0 و D_1 و ... و D_{2018} نقطاً تنتمي إلى $[AB]$ بحيث $D_0 = A$ و $D_{2018} = B$ و

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \cdots = D_{2017}D_{2018}.$$

- إذا كانت C نقطة من المستوى حيث $[\widehat{BCA}] = 90°$، أثبت أن:

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \cdots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \cdots + AD_{2018}^2.$$

Problème 3. Soient a et b deux entiers naturels non nuls tels que a^2b divise $b^2 + 3a$.

(1) Vérifier que $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ et $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$, puis prouver que $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) Déterminer tous les couples (a, b) d'entiers naturels non nuls, tels que a^2b divise $b^2 + 3a$.

Problem 3. Let a and b be two nonzero natural numbers such that a^2b divides $b^2 + 3a$.

(1) Verify that $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ and $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$, then prove that $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) Find all pairs (a, b) of nonzero natural numbers such that a^2b divides $b^2 + 3a$.

المسألة 3. ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير معدومين بحيث a^2b يقسم $b^2 + 3a$.

(1) تحقق أن $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$ و $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$، ثم أثبت أن $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$.

(2) حدّد جميع الأزواج (a, b) من أعداد صحيحة طبيعية غير معدومة، بحيث a^2b يقسم

$$b^2 + 3a$$

Version réécrite par Saad Choukri