

مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

تاريخ التمرير: الجمعة 23 مارس 2018

المستوى: الجذع المشترك

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه ونسبه (بالحروف العربية واللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته وإسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الاختيار الذي يناسبه.

Sujet

الموضوع

PROBLÈME 1. Trouver tous les nombres réels strictement positifs x, y et z tels que

$$\frac{1}{x} + y + z = \frac{1}{y} + x + z = \frac{1}{z} + x + y = 3$$

PROBLEM 1. Find all strictly positive real numbers x, y and z such that

$$\frac{1}{x} + y + z = \frac{1}{y} + x + z = \frac{1}{z} + x + y = 3$$

المسألة 1. أوجد جميع الأعداد الحقيقية الموجبة قطعاً x و y و z حيث

$$\frac{1}{x} + y + z = \frac{1}{y} + x + z = \frac{1}{z} + x + y = 3$$

PROBLÈME 2. Soit $ABCD$ un quadrilatère cyclique tel que $(AC) \perp (BD)$, et soit (Δ) la droite image de la droite (AC) par la symétrie axiale d'axe la bissectrice intérieure de l'angle $[\widehat{BAD}]$.

- Montrer que la droite (Δ) passe par le centre du cercle circonscrit au quadrilatère $ABCD$.

PROBLEM 2. Let $ABCD$ be a cyclic quadrilateral such that $(AC) \perp (BD)$, and let (Δ) be the image of line (AC) under the reflection whose axis is the interior bisector of angle $[\widehat{BAD}]$.

- Show that line (Δ) passes through the centre of the circumscribed circle of quadrilateral $ABCD$.

المسألة 2. ليكن $ABCD$ رباعياً دائرياً حيث $(AC) \perp (BD)$ ، وليكن (Δ) صورة المستقيم (AC) بالتماثل المحوري الذي محوره المنصف الداخلي للزاوية $[\widehat{BAD}]$.

- بين أن المستقيم (Δ) يمر من مركز الدائرة المحيطة بالرباعي $ABCD$.

PROBLÈME 3. On considère le nombre entier naturel N dont l'écriture décimale est

$$N = \underbrace{11 \dots 11}_{n \text{ fois}} \underbrace{22 \dots 22}_{(n+1) \text{ fois}} 5, \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

- Montrer que le nombre N est un carré parfait.

PROBLEM 3. Consider the natural number N whose decimal representation is

$$N = \underbrace{11 \dots 11}_{n \text{ times}} \underbrace{22 \dots 22}_{(n+1) \text{ times}} 5, \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

- Show that N is a perfect square.

المسألة 3. نعتبر العدد الصحيح الطبيعي N الذي كتابته العشرية هي

$$N = \underbrace{11 \dots 11}_{n \text{ مرة}} \underbrace{22 \dots 22}_{(n+1) \text{ مرة}} 5, \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

- بين أن العدد N مربع كامل.

PROBLÈME 4. On suppose que les nombres entiers relatifs sont colorés en rouge et bleu selon les deux règles suivantes :

- (1) le nombre 1 est de couleur rouge ;
- (2) si deux nombres a et b (pas nécessairement distincts) sont de couleur rouge, alors les nombres $a + b$ et $a - b$ sont de couleurs différentes.

- Quelle est la couleur du nombre 2018 ?

PROBLEM 4. Suppose that the integers are colored red and blue according to the following two rules :

- (1) the number 1 is red ;
- (2) if two numbers a and b (not necessarily distinct) are red, then $a + b$ and $a - b$ are of different colors.

- What is the color of the number 2018 ?

المسألة 4. نفترض أن الأعداد الصحيحة النسبية ملونة باللونين الأحمر والأزرق تبعاً للقاعدتين:

- (1) لون العدد 1 أحمر؛
- (2) إذا كان عدداً a و b (غير مختلفين بالضرورة) لونهما أحمر فإن العددين $a + b$ و $a - b$ مختلفي اللون.

- ما هو لون العدد 2018 ؟