المستوى. الجذع المشترك | تاريخ التمرير. الجمعة 23 فبراير 2018 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

PROBLÈME 1. On considère un rectangle $ABCD$ de centre le point O de longueur AB et de largeur AD. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle OBC. Le cercle $(\mathcal{C})$ coupe le segment $[AB]$ en un deuxième point E. • Montrer que le triangle AEC est isocèle.	PROBLEM 1. Consider a rectangle $ABCD$ with centre O, length AB and width AD. Let $(\mathcal{C})$ be the circumscribed circle of triangle OBC. Circle $(\mathcal{C})$ meets segment $[AB]$ at a second point E. • Show that triangle AEC is isosceles.	المسألة 1. نعتبر مستطيلاً $ABCD$ مركزه النقطة O وطوله AB وعرضه AD. لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة المحيطة بالمثلث OBC. الدائرة $(\mathcal{C})$ تقطع القطعة $[AB]$ في نقطة ثانية E. • بيّن أن المثلث AEC متساوي الساقين.
PROBLÈME 2. Déterminer tous les entiers naturels non nuls x et y qui vérifient $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$	PROBLEM 2. Find all nonzero natural numbers x and y satisfying $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$	المسألة 2. حدّد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة x و y التي تحقق $$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$
PROBLÈME 3. Soit ABC un triangle. On pose $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $\widehat{BAC}=\alpha$, $\widehat{CBA}=\beta$ et $\widehat{ACB}=\gamma$. On suppose que $\alpha>\beta>\gamma$. **(1)** Montrer que $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ **(2)** Montrer que $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$	PROBLEM 3. Let ABC be a triangle. Set $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $\widehat{BAC}=\alpha$, $\widehat{CBA}=\beta$ and $\widehat{ACB}=\gamma$. Assume $\alpha>\beta>\gamma$. **(1)** Show that $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ **(2)** Show that $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$	المسألة 3. ليكن ABC مثلثاً. نضع $AB=c$ و $AC=b$ و $BC=a$ و $\widehat{BAC}=\alpha$ و $\widehat{CBA}=\beta$ و $\widehat{ACB}=\gamma$. نفترض أن $\alpha>\beta>\gamma$. (1) بيّن أن $$\frac{b}{\alpha}+\frac{a}{\beta}\geq\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}$$ (2) بيّن أن $$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$
PROBLÈME 4. On dit qu'un sous-ensemble non vide A de $\mathbb{N}$ est **complet** si pour tout entiers naturels a et b tels que $a+b\in A$, alors le nombre ab appartient aussi à A. • Trouver tous les ensembles complets de l'ensemble $\mathbb{N}$.	PROBLEM 4. We say that a non-empty subset A of $\mathbb{N}$ is **complete** if for all natural numbers a and b such that $a+b\in A$, the number ab also belongs to A. • Find all complete subsets of $\mathbb{N}$.	المسألة 4. نقول عن مجموعة جزئية غير فارغة A من $\mathbb{N}$ إنها تامة إذا كان لكل عددين صحيحين طبيعيين a و b حيث $a+b\in A$، فإن العدد ab ينتمي كذلك إلى A. أوجد جميع المجموعات التامة للمجموعة $\mathbb{N}$. • أوجد جميع المجموعات التامة للمجموعة $\mathbb{N}$.

Version réécrite par Saad Choukri