

المستوى. الجذع المشترك

تاريخ التقرير. الجمعة 24 نونبر 2017

مدة الإنجاز. ساعتان ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه ونسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته وإسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الاختيار الذي يناسبه.

الموضوع	Sujet
المسألة 1. لتكن x و y و z أعداداً حقيقية موجبة قطعاً حيث $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 2$ • احسب قيمة العدد: $\frac{x+y+z}{xy+yz+zx}$	PROBLÈME 1. Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs tels que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 2$ • Calculer la valeur du nombre : $\frac{x+y+z}{xy+yz+zx}$
المسألة 2. ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و I منتصف القطعة $[BC]$. لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AI). • بين أن $CH = CD$.	PROBLEM 2. Let $ABCD$ be a parallelogram and I the midpoint of segment $[BC]$. Let H be the orthogonal projection of point D onto line (AI). • Show that $CH = CD$.
المسألة 3. (1) تحقق من أن: $ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$ حيث x و a و b أعداد حقيقية موجبة قطعاً. (2) بين أن $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq x + y + z$ حيث x و y و z أعداد حقيقية موجبة قطعاً. ادرس حالة التساوي.	PROBLÈME 3. (1) Vérifier que : $ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$ où x, a et b sont des réels strictement positifs. (2) Montrer que $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq x + y + z$ où x, y et z sont des réels strictement positifs. Étudier le cas d'égalité.
المسألة 4. المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر خمسة نقط، أعداد إحداثيات كل واحدة منها أعداداً صحيحة طبيعية. • بين أنه، من بين هذه النقط الخمس، توجد على الأقل نقطتان تحدان قطعة، إحداثيات منتصفها كذلك أعداداً صحيحة طبيعية.	PROBLEM 4. The plane is equipped with an orthonormal frame $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Consider five points, each having natural number coordinates. • Show that among these five points, there exist at least two points that form a segment whose midpoint also has natural number coordinates.