المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 10 أبريل 2026 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet	الموضوع

Problème 1. Soient $n \geq 2$ un entier naturel, et $x_1, \ldots, x_n$ des nombres réels de l'intervalle $[0, 2]$.

- Montrer que

$$\frac{x_1^3}{x_2^2+4} + \frac{x_2^3}{x_3^2+4} + \ldots + \frac{x_{n-1}^3}{x_n^2+4} + \frac{x_n^3}{x_1^2+4} \leq n$$

Problème 2. On considère l'ensemble $S = \{1, 2, \ldots, 10\}$ et soient $A_1, A_2, \ldots, A_k$ des sous-ensembles de S tels que :

- $\text{Card}\,(A_i) \geq 5$ pour tout $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$;
- $\text{Card}(A_i \cap A_j) \leq 2$ pour tout couple d'indice (i, j) vérifiant $1 \leq i < j \leq k$.

Déterminer la plus grande valeur possible du nombre k.

Problème 3. Soit ΔABC un triangle et soit T le point d'intersection des tangentes à son cercle circonscrit aux points B et C. Soient X, Y, P les projetés orthogonaux de T sur les droites (AB), (AC) et (BC), respectivement.

- Montrer que le point P est l'orthocentre du triangle AXY.

Problème 4. Soit $n > 4$ un entier admettant exactement quatre diviseurs positifs $1, d_1, d_2$ et n tels que

$$1 < d_1 < d_2 < n.$$

Soit

$$S(n) = 1 + d_1 + d_2 + n$$

la somme les diviseurs de n.

- Trouver toutes les valeurs de n telles que $S(n)$ divise n^2.

Problem 1. Let $n \geq 2$ be a natural number, and let $x_1, \ldots, x_n$ be real numbers in the interval $[0, 2]$.

- Show that

$$\frac{x_1^3}{x_2^2+4} + \frac{x_2^3}{x_3^2+4} + \ldots + \frac{x_{n-1}^3}{x_n^2+4} + \frac{x_n^3}{x_1^2+4} \leq n$$

Problem 2. Consider the set $S = \{1, 2, \ldots, 10\}$ and let $A_1, A_2, \ldots, A_k$ be subsets of S such that :

- $\text{Card}\,(A_i) \geq 5$ for all $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$;
- $\text{Card}(A_i \cap A_j) \leq 2$ for all pairs of indices (i, j) with $1 \leq i < j \leq k$.

Find the maximum possible value of k.

Problem 3. Let $\triangle ABC$ be a triangle and let T be the intersection point of the tangents to its circumcircle at points B and C. Let X, Y, P be the orthogonal projections of T onto the lines (AB), (AC), and (BC), respectively.

- Show that the point P is the orthocenter of triangle AXY.

Problem 4. Let $n > 4$ be an integer having exactly four positive divisors $1, d_1, d_2$ and n such that :

$$1 < d_1 < d_2 < n.$$

Let

$$S(n) = 1 + d_1 + d_2 + n$$

be the sum of the divisors of n.

- Find all values of n such that $S(n)$ divides n^2.

المسألة 1. ليكن $n \geq 2$ عدداً طبيعياً، وليكن $x_1, \ldots, x_n$ أعداداً حقيقية من المجال $[0, 2]$.

- بين أن

$$\frac{x_1^3}{x_2^2+4} + \frac{x_2^3}{x_3^2+4} + \ldots + \frac{x_{n-1}^3}{x_n^2+4} + \frac{x_n^3}{x_1^2+4} \leq n$$

المسألة 2. لتكن المجموعة $S = \{1, 2, \ldots, 10\}$ ولتكن $A_1, A_2, \ldots, A_k$ مجموعات جزئية من S بحيث:

- $\text{Card}\,(A_i) \geq 5$ لكل $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$؛
- $\text{Card}(A_i \cap A_j) \leq 2$ لكل زوج من المؤشرات (i, j) يحقق $1 \leq i < j \leq k$.

أوجد أكبر قيمة ممكنة للعدد k.

المسألة 3. ليكن $\triangle ABC$ مثلثاً، وليكن T نقطة تقاطع مماسي الدائرة المحيطة به عند النقطتين B و C. لتكن X, Y, P المساقط العمودية لـ T على المستقيمات (AB) و (AC) و (BC)، على الترتيب.

- بيّن أن النقطة P هي مركز تعامد المثلث AXY.

المسألة 4. ليكن $n > 4$ عدداً صحيحاً يقبل بالضبط أربعة قواسم موجبة هي $1, d_1, d_2$ و n بحيث:

$$1 < d_1 < d_2 < n.$$

لتكن

$$S(n) = 1 + d_1 + d_2 + n$$

مجموع قواسم n.

- جد جميع قيم n التي تجعل $S(n)$ يقسم n^2.

Version réécrite par Saad Choukri