المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية	تاريخ التمرير. الجمعة 27 فبراير 2026	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

الموضوع	Sujet

Problème 1. Soient $t_1, t_2, \ldots, t_{2026}$ des nombres réels appartenant à l'intervalle $[0, 2]$ tels que

$$t_1 + t_2 + \cdots + t_{2026} = 5$$

- Prouver que

$$t_1^2 + t_2^2 + \cdots + t_{2026}^2 \leq 9$$

Quand l'égalité est-elle vérifiée ?

Problem 1. Let $t_1, t_2, \ldots, t_{2026}$ be real numbers belonging to the interval $[0, 2]$ such that

$$t_1 + t_2 + \cdots + t_{2026} = 5$$

- Prove that

$$t_1^2 + t_2^2 + \cdots + t_{2026}^2 \leq 9$$

When does equality hold ?

المسألة 1. لتكن $t_1, t_2, \ldots, t_{2026}$ أعداداً حقيقية تنتمي إلى المجال $[0, 2]$ بحيث

$$t_1 + t_2 + \cdots + t_{2026} = 5$$

- برهن أن

$$t_1^2 + t_2^2 + \cdots + t_{2026}^2 \leq 9$$

متى تتحقق المساواة ؟

Problème 2. Soit $n \geq 3$ un entier. On considère un ensemble de n points distincts du plan, non tous alignés. A chaque point, on associe un nombre réel de sorte que, pour toute droite passant par au moins deux de ces points, la somme des nombres affectés aux points situés sur cette droite soit nulle.

- Montrer que tous les nombres sont égaux à 0.

Problem 2. Let $n \geq 3$ be an integer. Consider a set of n distinct points in the plane, not all collinear. To each point, we assign a real number such that, for any line passing through at least two of these points, the sum of the numbers assigned to the points on that line is zero.

- Show that all the numbers are equal to 0.

المسألة 2. ليكن $n \geq 3$ عدداً صحيحاً. نعتبر مجموعة من n نقاط متميزة في المستوى، ليست جميعها على استقامة واحدة. نرفق بكل نقطة عدداً حقيقياً بحيث يكون، لأي مستقيم يمر بنقطتين على الأقل من هذه النقاط، مجموع الأعداد المرفقة بالنقاط الواقعة على ذلك المستقيم مساوياً للصفر.

- بيّن أن جميع الأعداد تساوي 0.

Problème 3. Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle. Les droites (AB) et (CD) se coupent en E, tandis que (AD) et (BC) se coupent en F. La bissectrice de l'angle $\widehat{AFB}$ coupe les segments $[AB]$ et $[CD]$ respectivement en P et R. La bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$ coupe les segments $[BC]$ et $[AD]$ respectivement en Q et S.

- Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un losange.

Problem 3. Let $ABCD$ be a convex quadrilateral inscribed in a circle. Lines (AB) and (CD) intersect at E, while (AD) and (BC) intersect at F. The bisector of angle $\widehat{AFB}$ meets segments $[AB]$ and $[CD]$ at P and R respectively. The bisector of angle $\widehat{BEC}$ meets segments $[BC]$ and $[AD]$ at Q and S respectively.

- Prove that $PQRS$ is a rhombus.

المسألة 3. ليكن $ABCD$ رباعياً محدباً محاطاً بدائرة. المستقيمان (AB) و (CD) يتقاطعان في E، بينما (AD) و (BC) يتقاطعان في F. منصف الزاوية $\widehat{AFB}$ يقطع القطعتين $[AB]$ و $[CD]$ في P و R على الترتيب. منصف الزاوية $\widehat{BEC}$ يقطع القطعتين $[BC]$ و $[AD]$ في Q و S على الترتيب.

- برهن أن $PQRS$ معين.

Problème 4. Déterminer tous les nombres premiers p tels que les deux nombres

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{et} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

soient également des nombres premiers.

Problem 4. Determine all prime numbers p such that the two numbers

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{and} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

are also prime numbers.

المسألة 4. أوجد جميع الأعداد الأولية p التي يكون من أجلها العددان

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{و} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

أوليين أيضاً.

Version réécrite par Saad Choukri