المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية	تاريخ التمرير. الجمعة 03 يناير 2025	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Soient x, y et z des nombres réels tels que $xyz = 2$. Montrer que parmi les nombres

$$2x - \frac{1}{y}, \quad 2y - \frac{1}{z}, \quad \text{et} \quad 2z - \frac{1}{x}$$

au plus deux d'entre eux sont strictement supérieurs à 2.

Problem 1. Let x, y, and z be real numbers such that $xyz = 2$. Show that among the numbers

$$2x - \frac{1}{y}, \quad 2y - \frac{1}{z}, \quad \text{and} \quad 2z - \frac{1}{x}$$

at most two of them are strictly greater than 2.

المسألة 1. ليكن x و y و z أعدادًا حقيقية بحيث $xyz = 2$. أثبت أنه من بين الأعداد

$$2x - \frac{1}{y}, \quad 2y - \frac{1}{z}, \quad \text{و} \quad 2z - \frac{1}{x}$$

لا يوجد أكثر من عددين منها أكبر قطعاً من 2.

Problème 2. Soit p un nombre premier. Montrer qu'il n'existe aucun entier $n \geq 17$ vérifiant l'équation

$$6n^2 - 17n - 39 = p^{2025}$$

Problem 2. Let p be a prime number. Show that there is no integer $n \geq 17$ satisfying the equation

$$6n^2 - 17n - 39 = p^{2025}$$

المسألة 2. ليكن p عددًا أوليًا. أثبت أنه لا يوجد عدد صحيح $n \geq 17$ يحقق المعادلة

$$6n^2 - 17n - 39 = p^{2025}$$

Problème 3. Soit ABC un triangle à angles aigus. Les points M, N et P sont les pieds des hauteurs issues de A, B et C respectivement. Le point I est la projection orthogonale de A sur (NP), le point J est la projection orthogonale de B sur (MP) et le point K est la projection orthogonale de C sur (MN).

- Montrer que les droites $(AI), (BJ)$ et (CK) sont concourantes.

Problem 3. Let ABC be an acute triangle. Let M, N, and P be the feet of the altitudes from A, B, and C, respectively. Let I be the orthogonal projection of A onto line (NP), J the orthogonal projection of B onto line (MP), and K the orthogonal projection of C onto line (MN).

- Show that the lines $(AI), (BJ)$, and (CK) are concurrent.

المسألة 3. لتكن ABC مثلثًا حاد الزوايا. النقاط M, N و P هي أقدام الارتفاعات النازلة من A, B و C على التوالي. النقطة I هي الإسقاط العمودي للنقطة A على المستقيم (NP)، والنقطة J هي الإسقاط العمودي للنقطة B على المستقيم (MP)، والنقطة K هي الإسقاط العمودي للنقطة C على المستقيم (MN).

- برهن أن المستقيمات $(AI), (BJ)$ و (CK) تتقاطع في نقطة واحدة.

Problème 4. Déterminer tous les sous-ensembles non vides A, B et C de $\mathbb{N}^*$ tels que

$$A \cap B = B \cap C = C \cap A = \varnothing$$

et $A \cup B \cup C = \mathbb{N}^*$ et de plus pour tout triplet $(a, b, c) \in A \times B \times C$, on a $a + c \in A$, $b + c \in B$ et $a + b \in C$.

Problem 4. Determine all non-empty subsets A, B, and C of $\mathbb{N}^*$ such that

$$A \cap B = B \cap C = C \cap A = \varnothing$$

and $A \cup B \cup C = \mathbb{N}^*$ and for every triplet $(a, b, c) \in A \times B \times C$, we have $a + c \in A$, $b + c \in B$, and $a + b \in C$.

المسألة 4. حدد جميع المجموعات غير الفارغة A و B و C من $\mathbb{N}^*$ بحيث:

$$A \cap B = B \cap C = C \cap A = \varnothing$$

و $A \cup B \cup C = \mathbb{N}^*$ ولكل ثلاثية $(a, b, c) \in A \times B \times C$، لدينا $a + c \in A$، و $b + c \in B$، و $a + b \in C$.

Version réécrite par Saad Choukri