المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية	تاريخ التمرير. الجمعة 22 دجنبر 2023	مدة الإنجاز. ثلاث ساعات

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع

Problème 1. Trouver tous les couples (x, y) de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ qui vérifient le système suivant, $$\begin{cases} 2x + [y] = 2023 \\ 3y + [2x] = 2024 \end{cases}$$ On rappelle que $[b]$ est la partie entière d'un nombre réel b.	Problem 1. Find all pairs $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ satisfying the following system, $$\begin{cases} 2x + [y] = 2023 \\ 3y + [2x] = 2024 \end{cases}$$ We recall that $[b]$ denotes the integer part of a real number b.	المسألة 1. أوجد جميع الأزواج $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ التي تحقق الجملة التالية، $$\begin{cases} 2x + [y] = 2023 \\ 3y + [2x] = 2024 \end{cases}$$ نذكّر بأن $[b]$ تمثل الجزء الصحيح للعدد الحقيقي b.
Problème 2. On colorie 16 cases d'un échiquier de taille 5×5. Montrer qu'il existe un carré de taille 2×2 qui contient trois cases colorées.	Problem 2. We color 16 cells of a 5×5 chessboard. Show that there exists a 2×2 square containing three colored cells.	المسألة 2. نلوّن 16 خانة من رقعة شطرنج بحجم 5×5. أثبت أنه يوجد مربع بحجم 2×2 يحتوي على ثلاث خانات ملوّنة.
Problème 3. Soient ABC un triangle, avec $AB < AC < BC$, et (C_1) son cercle circonscrit. On considère les cercles $(C_2) = \mathcal{C}(B, AC)$ et $(C_3) = \mathcal{C}(C, AB)$. Soient $E \in (C_2) \cap (C_3)$, $F \in (C_1) \cap (C_3)$ et $G \in (C_1) \cap (C_2)$ tels que les points E, F et G appartiennent au même demi-plan de frontière la droite (BC) et qui ne contient pas le point A. Soit K le point du cercle (C_1) diamétralement opposé au point A. • Prouver que le point K est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG.	Problem 3. Let ABC be a triangle with $AB < AC < BC$, and let (C_1) be its circumscribed circle. Consider the circles $(C_2) = \mathcal{C}(B, AC)$ and $(C_3) = \mathcal{C}(C, AB)$. Let $E \in (C_2) \cap (C_3)$, $F \in (C_1) \cap (C_3)$ and $G \in (C_1) \cap (C_2)$ be such that the points E, F and G lie in the same half-plane bounded by line (BC) that does not contain point A. Let K be the point on circle (C_1) diametrically opposite to point A. • Prove that point K is the circumcenter of triangle EFG.	المسألة 3. ليكن ABC مثلثاً بحيث $AB < AC < BC$، وليكن (C_1) دائرته المحيطة. نعتبر الدائرتين $(C_2) = \mathcal{C}(B, AC)$ و$(C_3) = \mathcal{C}(C, AB)$. ليكن $E \in (C_2) \cap (C_3)$، $F \in (C_1) \cap (C_3)$ و$G \in (C_1) \cap (C_2)$ بحيث تنتمي النقط E، F وG إلى نفس نصف المستوى الذي حدّه المستقيم (BC) والذي لا يحتوي على النقطة A. ليكن K النقطة على الدائرة (C_1) المقابلة قطرياً للنقطة A. • أثبت أن النقطة K هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFG.
Problème 4. Trouver tous les nombres $n \in \mathbb{N}$ tels que le plus grand diviseur premier du nombre $n^2 + 2$ soit égal au plus grand diviseur premier du nombre $n^4 + 2n + 3$.	Problem 4. Find all integers $n \in \mathbb{N}$ such that the largest prime divisor of $n^2 + 2$ equals the largest prime divisor of $n^4 + 2n + 3$.	المسألة 4. أوجد جميع الأعداد $n \in \mathbb{N}$ بحيث يكون أكبر قاسم أولي للعدد $n^2 + 2$ مساوياً لأكبر قاسم أولي للعدد $n^4 + 2n + 3$.

Version réécrite par Saad Choukri