

مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

تاريخ التمرير: الجمعة 10 نونبر 2023

المستوى: الأولى بكالوريا علوم رياضية

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه ونسبه (بالحروف العربية واللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته وإسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الاختيار الذي يناسبه.

Sujet

الموضوع

PROBLÈME 1. Soient a, b et c des nombres réels vérifiant

$$a + b + c = 2 \quad \text{et} \quad ab + bc + ca = 1.$$

- Trouver la plus grande valeur du nombre réel $a - b$.

PROBLEM 1. Let a, b and c be real numbers satisfying

$$a + b + c = 2 \quad \text{and} \quad ab + bc + ca = 1.$$

- Find the greatest value of the real number $a - b$.

المسألة 1. ليكن a, b و c أعداداً حقيقية تحقق

$$a + b + c = 2 \quad \text{و} \quad ab + bc + ca = 1.$$

- أوجد أكبر قيمة للعدد الحقيقي $a - b$.

PROBLÈME 2. Un sol rectangulaire d'une maison a été revêtu par des carreaux 1×6 . Sachant que ces carreaux rectangles ont été posés verticalement ou horizontalement et côte à côte (sans chevauchement).

- Montrer que la longueur ou la largeur de ce sol est un multiple de 6.

PROBLEM 2. A rectangular floor of a house has been tiled with 1×6 tiles. Given that these rectangular tiles have been placed vertically or horizontally, side by side (without overlapping).

- Show that the length or the width of this floor is a multiple of 6.

المسألة 2. تم تليط أرضية مستطيلة لمنزل بقطع بلاط بأبعاد 1×6 . علماً بأن هذه القطع المستطيلة وضعت عمودياً أو أفقياً، جنباً إلى جنب (دون تداخل).

- أثبت أن طول أو عرض هذه الأرضية يقبل القسمة على 6.

PROBLÈME 3. On considère un triangle EFG d'orthocentre H tel que $EF < EG$, $EF < FG$ et $\angle FEG \neq 90^\circ$. Soit (C) le cercle de centre F et de rayon FE . La droite (GE) recoupe le cercle (C) en un autre point M . Le cercle (C) recoupe le cercle circonscrit au triangle FGM en un autre point N . Soit P le point d'intersection des droites (MN) et (FH) .

- Montrer que la droite (FM) est tangente au cercle circonscrit au triangle MPH .

PROBLEM 3. Consider a triangle EFG with orthocenter H such that $EF < EG$, $EF < FG$ and $\angle FEG \neq 90^\circ$. Let (C) be the circle centered at F with radius FE . The line (GE) meets the circle (C) again at another point M . The circle (C) meets the circumscribed circle of triangle FGM at another point N . Let P be the intersection point of lines (MN) and (FH) .

- Show that line (FM) is tangent to the circumscribed circle of triangle MPH .

المسألة 3. نعتبر مثلثاً EFG مركز ارتفاعاته H بحيث $EF < EG$, $EF < FG$ و $\angle FEG \neq 90^\circ$. ليكن (C) الدائرة ذات المركز F والنصف قطر FE . يقطع المستقيم (GE) الدائرة (C) في نقطة أخرى M . تقطع الدائرة (C) الدائرة المحيطة بالمثلث FGM في نقطة أخرى N . ليكن P نقطة تقاطع المستقيمين (MN) و (FH) .

- أثبت أن المستقيم (FM) مماس للدائرة المحيطة بالمثلث MPH .

PROBLÈME 4. Trouver tous les couples (a, b) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tels que

$$\frac{3a^2}{b} \in \mathbb{N}^* \quad \text{et} \quad \sqrt{a^2 + b} \in \mathbb{N}^*$$

PROBLEM 4. Find all pairs $(a, b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ such that

$$\frac{3a^2}{b} \in \mathbb{N}^* \quad \text{and} \quad \sqrt{a^2 + b} \in \mathbb{N}^*.$$

المسألة 4. أوجد جميع الأزواج $(a, b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ بحيث

$$\frac{3a^2}{b} \in \mathbb{N}^* \quad \text{و} \quad \sqrt{a^2 + b} \in \mathbb{N}^*.$$