المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 03 دجنبر 2021 | مدة الإنجاز. ساعتان ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs qui vérifient : $$abc = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2.$$ • Trouver la plus grande valeur du nombre réel m, où : $$m = a^2 + b^2 + c^2.$$	PROBLEM 1. Let a, b and c be three positive real numbers which satisfy : $$abc = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2.$$ • Find the greatest value of the real number m, where : $$m = a^2 + b^2 + c^2.$$	**المسألة 1.** لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعاً والتي تحقق: $$abc = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2.$$ • أوجد أكبر قيمة للعدد الحقيقي m، حيث: $$m = a^2 + b^2 + c^2.$$
PROBLÈME 2. Considérons un triangle ABC rectangle en C et tel que $CA < CB$. Soit D le pied de la hauteur issue du sommet C. Le cercle $(\mathcal{C})$ de centre D et de rayon CD coupe le côté $[CB]$ en un point Q et coupe la droite (AB) aux points E et F, avec $F \in [AB]$. Le segment $[QE]$ coupe le côté $[AC]$ en un point P. • Prouver que : $$PE = QF.$$	PROBLEM 2. Consider a right-angled triangle ABC in C such that $CA < CB$. Let D be the foot of the altitude from the vertex C. The circle $(\mathcal{C})$ with center D and radius CD intersects the side $[CB]$ at a point Q and intersects the line (AB) at points E and F, with $F \in [AB]$. The segment $[QE]$ intersects the side $[AC]$ at a point P. • Prove that : $$PE = QF.$$	**المسألة 2.** نعتبر مثلثاً ABC قائم الزاوية في C بحيث $CA < CB$. لتكن D قدم الارتفاع المنحدر من الرأس C. الدائرة $(\mathcal{C})$ التي مركزها D وشعاعها CD تقطع الضلع $[CB]$ في نقطة Q وتقطع المستقيم (AB) في النقطتين E و F، حيث $F \in [AB]$. القطعة $[QE]$ تقطع الضلع $[AC]$ في النقطة P. • أثبت أن: $$PE = QF.$$
PROBLÈME 3. Déterminer tous les triplets (x, y, z) d'entiers naturels non nuls, avec $\text{pgcd}(2022, z) = 1$, qui satisfont l'équation : $$(x + y)^{2022} = (\sqrt{xy})^z.$$	PROBLEM 3. Determine all triples (x, y, z) of non-zero natural integers, with $\gcd(2022, z) = 1$, which satisfy the equation : $$(x + y)^{2022} = (\sqrt{xy})^z.$$	**المسألة 3.** حدّد جميع المثلوثات (x, y, z) من أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة، مع $2022 \wedge z = 1$، والتي تحقق المعادلة: $$(x + y)^{2022} = (\sqrt{xy})^z.$$

Version réécrite par Saad Choukri