المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 4 دجنبر 2020 | مدة الإنجاز. ساعتان ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Trouver tous les couples (E, F) de parties finies de $\mathbb{N}^*$ qui vérifient les conditions suivantes : **(i)** $3 \in E$, $5 \in F$ et chacun des ensembles E et F a exactement trois éléments ; **(ii)** l'ensemble $E \cap F$ a exactement un seul élément ; **(iii)** si a et b sont des éléments distincts de E, alors $a + b \in F$.	PROBLEM 1. Find all pairs (E, F) of finite subsets of $\mathbb{N}^*$ satisfying the following conditions : **(i)** $3 \in E$, $5 \in F$, and each of the sets E and F has exactly three elements ; **(ii)** the set $E \cap F$ has exactly one element ; **(iii)** if a and b are distinct elements of E, then $a + b \in F$.	**المسألة 1.** أوجد جميع الأزواج (E, F) من جزءين منتهيين من $\mathbb{N}^*$ التي تحقق الشروط التالية: **(i)** $3 \in E$ و $5 \in F$ وكل مجموعة من المجموعتين E و F لها ثلاثة عناصر بالضبط؛ **(ii)** المجموعة $E \cap F$ لها عنصر واحد بالضبط؛ **(iii)** إذا كان a و b عنصرين مختلفين من E فإن $a + b \in F$.
PROBLÈME 2. On considère un triangle ABC d'angles aigus tel que $AB < BC$. Soient O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et H le pied de la hauteur issue du sommet B. La droite passant par le point H et parallèle à la droite (CO) coupe la droite (BO) au point P. • Prouver que le point P et les milieux des côtés $[AB]$ et $[AC]$ sont des points alignés.	PROBLEM 2. Consider an acute triangle ABC with $AB < BC$. Let O be the circumcenter of triangle ABC and H the foot of the altitude from B. The line through H parallel to the line (CO) meets the line (BO) at a point P. • Prove that the point P and the midpoints of the sides $[AB]$ and $[AC]$ are collinear.	**المسألة 2.** نعتبر مثلثاً ABC زواياه حادة بحيث $AB < BC$. ليكن O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و H موقع الارتفاع المنحدر من الرأس B. المستقيم المار من النقطة H والموازي للمستقيم (CO) يقطع المستقيم (BO) في النقطة P. • أثبت أن النقطة P ومنتصفي الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ هي نقط مستقيمية.
PROBLÈME 3. Soient a, b et c des nombres réels tels que : $$a^2 + b^2 + c^2 = 2.$$ **(1)** Prouver que si $a \leq 0$ alors $a + b + c \leq abc + 2$. **(2)** Montrer que $a + b + c \leq abc + 2$ pour tous a, b et c dans $\mathbb{R}$.	PROBLEM 3. Let a, b and c be real numbers such that : $$a^2 + b^2 + c^2 = 2.$$ **(1)** Prove that if $a \leq 0$, then $a + b + c \leq abc + 2$. **(2)** Show that $a + b + c \leq abc + 2$ for all a, b and c in $\mathbb{R}$.	**المسألة 3.** ليكن a و b و c أعداداً حقيقية بحيث: $$a^2 + b^2 + c^2 = 2.$$ **(1)** أثبت أنه إذا كان $a \leq 0$ فإن $a + b + c \leq abc + 2$. **(2)** بيّن أن $a + b + c \leq abc + 2$ لكل a و b و c في $\mathbb{R}$.

Version réécrite par Saad Choukri