المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 16 دجنبر 2016 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Déterminer le nombre d'entiers naturels n qui appartiennent à l'ensemble $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ pour que le nombre $8n + 1$ soit un carré parfait.	PROBLEM 1. Determine the number of natural numbers n in the set $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ for which the number $8n + 1$ is a perfect square.	**المسألة 1.** حدد عدد الأعداد الصحيحة الطبيعية n التي تنتمي إلى المجموعة $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ لكي يكون العدد $8n + 1$ مربعاً كاملاً.
PROBLÈME 2. On dit que deux trinômes $P(x) = x^2 + ax + b$ et $Q(x) = x^2 + cx + d$ sont *amicaux* si $P(x)$ admet deux racines réelles $x_1 < x_2$ et $Q(x)$ admet deux racines réelles $x_3 < x_4$, telles que $(x_1 + x_3)$ et $(x_2 + x_4)$ sont les racines du trinôme $x^2 + (a + c)x + (b + d)$. Soit M un ensemble de trinômes deux-à-deux *amicaux*. L'ensemble M contient au moins trois trinômes. • Montrer que le nombre 0 est une racine commune à tous les trinômes de l'ensemble M.	PROBLEM 2. Two quadratics $P(x) = x^2 + ax + b$ and $Q(x) = x^2 + cx + d$ are called *friendly* if $P(x)$ has two real roots $x_1 < x_2$ and $Q(x)$ has two real roots $x_3 < x_4$ such that $(x_1 + x_3)$ and $(x_2 + x_4)$ are the roots of the quadratic $x^2 + (a + c)x + (b + d)$. Let M be a set of pairwise *friendly* quadratics, containing at least three quadratics. • Show that 0 is a common root of all the quadratics in M.	**المسألة 2.** نقول إن ثلاثيتي حدود $P(x) = x^2 + ax + b$ و $Q(x) = x^2 + cx + d$ وديتان إذا كانت $P(x)$ تقبل حلين حقيقيين $x_1 < x_2$ و $Q(x)$ تقبل حلين حقيقيين $x_3 < x_4$ حيث $(x_1 + x_3)$ و $(x_2 + x_4)$ هما حلان لثلاثية الحدود $x^2 + (a + c)x + (b + d)$. لتكن M مجموعة من ثلاثيات حدود ودية مثنى مثنى. المجموعة M تحتوي على الأقل على ثلاث ثلاثيات حدود. • بيّن أن العدد 0 جذر مشترك لجميع ثلاثيات حدود المجموعة M.
PROBLÈME 3. Soit K un point à l'extérieur d'un cercle $(\mathcal{C})$. Les deux tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par le point K coupent ce cercle aux points A et B. On considère le point C du cercle $(\mathcal{C})$ tel que la droite (AC) soit parallèle à (KB). Soit E le deuxième point d'intersection de la droite (KC) et du cercle $(\mathcal{C})$. **(1)** Montrer que la droite (AE) passe par le milieu du segment $[KB]$. **(2)** Montrer que : $$\frac{AB}{EB} \cdot \frac{AC}{EC} = \frac{AF}{EF}$$ où F est le point d'intersection des droites (AE) et (BC).	PROBLEM 3. Let K be a point outside a circle $(\mathcal{C})$. The two tangents to $(\mathcal{C})$ through K touch the circle at the points A and B. Consider the point C of $(\mathcal{C})$ such that the line (AC) is parallel to (KB). Let E be the second intersection point of the line (KC) with the circle $(\mathcal{C})$. **(1)** Show that the line (AE) passes through the midpoint of the segment $[KB]$. **(2)** Show that : $$\frac{AB}{EB} \cdot \frac{AC}{EC} = \frac{AF}{EF}$$ where F is the intersection point of the lines (AE) and (BC).	**المسألة 3.** لتكن K نقطة خارج دائرة $(\mathcal{C})$. المماسان للدائرة $(\mathcal{C})$ والماران من النقطة K يقطعان هذه الدائرة في النقطتين A و B. نعتبر النقطة C من الدائرة $(\mathcal{C})$ بحيث يكون المستقيم (AC) موازياً للمستقيم (KB). لتكن E نقطة التقاطع الثانية للمستقيم (KC) والدائرة $(\mathcal{C})$. **(1)** بيّن أن المستقيم (AE) يمر من منتصف القطعة $[KB]$. **(2)** بيّن أن: $$\frac{AB}{EB} \cdot \frac{AC}{EC} = \frac{AF}{EF}$$ حيث F هي نقطة تقاطع المستقيمين (AE) و (BC).

Version réécrite par Saad Choukri