المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 23 يناير 2015 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Trouver tous les polynômes $P(x)$ à coefficients réels qui vérifient la relation suivante : $(x^2-6x+8)P(x) = (x^2+2x)P(x-2).$	PROBLEM 1. Find all polynomials $P(x)$ with real coefficients satisfying the following relation : $(x^2-6x+8)P(x) = (x^2+2x)P(x-2).$	**المسألة 1.** أوجد جميع الحدوديات $P(x)$ التي معاملاتها أعداد حقيقية، وتحقق العلاقة التالية: $(x^2-6x+8)P(x) = (x^2+2x)P(x-2).$
PROBLÈME 2. Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs et $m = \min\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}\,;\ \frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\right).$ • Montrer que $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \le m^2$. • Pour quelles valeurs de x, y et z l'égalité a-t-elle lieu ? **N.B.** On note par $\min(a\,;b)$ la plus petite valeur de a et b.	PROBLEM 2. Let x, y and z be three positive real numbers and $m = \min\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}\,;\ \frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\right).$ • Show that $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \le m^2$. • For which values of x, y and z does equality hold ? **N.B.** $\min(a\,;b)$ denotes the smaller of a and b.	**المسألة 2.** ليكن x و y و z أعداداً حقيقية موجبة قطعاً و $m = \min\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}\,;\ \frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\right).$ • بيّن أن $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \le m^2$. • متى يكون التساوي؟ **ملحوظة:** نرمز بـ $\min(a\,;b)$ لأصغر العددين a و b.
PROBLÈME 3. Soit M un point situé à l'intérieur d'un quadrilatère convexe $ABCD$ de sorte que le rapport des aires des triangles AMC et BMD est égal au rapport des tangentes des angles $\widehat{AMC}$ et $\widehat{BMD}$; (i.e. $\frac{S(AMC)}{S(BMD)} = \frac{\tan\widehat{AMC}}{\tan\widehat{BMD}}$). • Montrer que si M n'appartient à aucune des diagonales du quadrilatère, alors $AM^2+MC^2+BD^2 = AC^2+BM^2+MD^2.$ **N.B.** On note par $S(XYZ)$ l'aire du triangle XYZ.	PROBLEM 3. Let M be a point inside a convex quadrilateral $ABCD$ such that the ratio of the areas of the triangles AMC and BMD equals the ratio of the tangents of the angles $\widehat{AMC}$ and $\widehat{BMD}$ (i.e. $\frac{S(AMC)}{S(BMD)} = \frac{\tan\widehat{AMC}}{\tan\widehat{BMD}}$). • Show that if M lies on neither diagonal of the quadrilateral, then $AM^2+MC^2+BD^2 = AC^2+BM^2+MD^2.$ **N.B.** $S(XYZ)$ denotes the area of triangle XYZ.	**المسألة 3.** لتكن M نقطة داخل رباعي محدب $ABCD$ بحيث نسبة مساحتي المثلثين AMC و BMD تساوي نسبة ظلي الزاويتين $\widehat{AMC}$ و $\widehat{BMD}$ (يعني $\frac{S(AMC)}{S(BMD)} = \frac{\tan\widehat{AMC}}{\tan\widehat{BMD}}$). • بيّن أنه إذا كانت M لا تنتمي لأي قطر من قطري الرباعي، فإن $AM^2+MC^2+BD^2 = AC^2+BM^2+MD^2.$ **ملحوظة:** نرمز لمساحة المثلث XYZ بـ $S(XYZ)$.

Version réécrite par Saad Choukri