المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 16 يناير 2015 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet | الموضوع

PROBLÈME 1. Soient a, b et c des nombres réels strictement positifs tels que $abc = 1$. • Montrer que $$\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1).$$ • Pour quelles valeurs de a, b et c l'égalité a-t-elle lieu ?	PROBLEM 1. Let a, b and c be positive real numbers such that $abc = 1$. • Show that $$\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1).$$ • For which values of a, b and c does equality hold ?	**المسألة 1.** ليكن a و b و c أعداداً حقيقية موجبة قطعاً بحيث $abc = 1$. • بيّن أن $$\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1).$$ • متى يكون التساوي؟
PROBLÈME 2. On considère la suite numérique $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$ et $$a_n = \frac{a_{n-1}a_{n-2}+7}{a_{n-3}} \quad \text{pour tout } n \geq 4.$$ • Montrer que tous les termes de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ sont des entiers relatifs (i.e. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ a_n \in \mathbb{Z}$).	PROBLEM 2. Consider the sequence $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ defined by : $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$ and $$a_n = \frac{a_{n-1}a_{n-2}+7}{a_{n-3}} \quad \text{for all } n \geq 4.$$ • Show that all the terms of the sequence $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ are integers (i.e. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ a_n \in \mathbb{Z}$).	**المسألة 2.** لتكن $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $a_1 = 1$ و $a_2 = 2$ و $a_3 = 3$ و $$a_n = \frac{a_{n-1}a_{n-2}+7}{a_{n-3}}$$ لكل $n \geq 4$. • بيّن أن جميع حدود المتتالية $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هي أعداد صحيحة نسبية (أي $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ a_n \in \mathbb{Z}$).
PROBLÈME 3. Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe et inscriptible. X et Y sont deux points appartenant respectivement aux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ tels que le quadrilatère $ABXY$ soit un parallélogramme. • Montrer que les deux cercles circonscrits respectivement aux triangles BXD et CYA ont le même rayon.	PROBLEM 3. Let $ABCD$ be a convex cyclic quadrilateral. X and Y are two points on the diagonals $[AC]$ and $[BD]$ respectively, such that the quadrilateral $ABXY$ is a parallelogram. • Show that the circumcircles of the triangles BXD and CYA have the same radius.	**المسألة 3.** نعتبر $ABCD$ رباعياً محدباً ودائرياً، و X و Y نقطتان تنتميان على التوالي إلى القطرين $[AC]$ و $[BD]$ بحيث يكون الرباعي $ABXY$ متوازي أضلاع. • بيّن أن الدائرة المحيطة بالمثلث BXD والدائرة المحيطة بالمثلث CYA لهما نفس الشعاع.

Version réécrite par Saad Choukri