المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 2 ماي 2014 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet | الموضوع

| | | |
|---|---|---|
| PROBLÈME 1. Soient $x_1$ un nombre réel strictement positif, et $$x_{n+1} = \sqrt{5}\,x_n + 2\sqrt{x_n^2+1}$$ pour $n = 1, 2, 3, \ldots$<br>• Montrer que parmi les nombres $x_1, x_2, \ldots, x_{2011}$, il y a au moins 670 nombres irrationnels. | PROBLEM 1. Let $x_1$ be a positive real number, and $$x_{n+1} = \sqrt{5}\,x_n + 2\sqrt{x_n^2+1}$$ for $n = 1, 2, 3, \ldots$<br>• Show that among the numbers $x_1, x_2, \ldots, x_{2011}$, at least 670 are irrational. | **المسألة 1.** ليكن $x_1$ عدداً حقيقياً موجباً قطعاً، و $$x_{n+1} = \sqrt{5}\,x_n + 2\sqrt{x_n^2+1}$$ لكل $n = 1, 2, 3, \ldots$<br>• بيّن أنه من بين الأعداد $x_1, x_2, \ldots, x_{2011}$ يوجد على الأقل 670 عدداً لا جذرياً. |
| PROBLÈME 2. Soient $a$ et $b$ deux nombres réels tels que $0 \leq a, b \leq 1$.<br>• Montrer l'inégalité suivante : $$\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{(1-a^2)(1-ab)(1-b^2)} \leq 1.$$ | PROBLEM 2. Let $a$ and $b$ be two real numbers such that $0 \leq a, b \leq 1$.<br>• Prove the following inequality : $$\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{(1-a^2)(1-ab)(1-b^2)} \leq 1.$$ | **المسألة 2.** ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين بحيث $0 \leq a, b \leq 1$.<br>• برهن على المتفاوتة التالية: $$\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{(1-a^2)(1-ab)(1-b^2)} \leq 1.$$ |
| PROBLÈME 3. Soit $ABC$ un triangle à angles aigus. Les pieds des hauteurs issues des sommets $A$, $B$ et $C$ sont respectivement $D$, $E$ et $F$.<br>• Montrer que $DE + EF \leq BC$, et déterminer les triangles pour lesquels l'égalité est réalisée (c.-à-d. $DE + EF = BC$). | PROBLEM 3. Let $ABC$ be an acute triangle. The feet of the altitudes from the vertices $A$, $B$ and $C$ are $D$, $E$ and $F$ respectively.<br>• Show that $DE + EF \leq BC$, and determine the triangles for which equality holds (i.e. $DE + EF = BC$). | **المسألة 3.** ليكن $ABC$ مثلثاً زواياه حادة، و $D$ و $E$ و $F$ هي على التوالي نقط تقاطع ارتفاعات المثلث مع الأضلاع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$.<br>• بيّن أن $DE + EF \leq BC$ وحدد المثلثات التي يتحقق فيها التساوي، أي: $DE + EF = BC$. |

*Version réécrite par Saad Choukri*