المستوى. الأولى بكالوريا علوم رياضية | تاريخ التمرير. الجمعة 25 أبريل 2014 | مدة الإنجاز. ثلاث ساعات ونصف

ملاحظات هامة:

- هذه نسخة من النسخة الأصلية المكتوبة من قبل الكاتب. ومع ذلك، قد تحتوي على أخطاء محتملة في الكتابة.
- يدون المترشح على ورقة تحريره إسمه و نسبه (بالحروف العربية و اللاتينية)، تاريخ ميلاده، إسم مؤسسته و إسم المديرية.
- يمكن للمترشح تحرير أجوبته بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الإختيار الذي يناسبه.

Sujet		الموضوع
PROBLÈME 1. Trouver toutes les fonctions $f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ qui vérifient la relation : $$f\big(x + f(y + f(z))\big) = y + f(x + z)$$ pour tous $x, y, z \in \mathbb{Q}$.	PROBLEM 1. Find all functions $f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ satisfying : $$f\big(x + f(y + f(z))\big) = y + f(x + z)$$ for all $x, y, z \in \mathbb{Q}$.	**المسألة 1.** أوجد جميع الدوال $f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ بحيث: $$f\big(x + f(y + f(z))\big) = y + f(x + z)$$ لكل الأعداد الجذرية x و y و z.
PROBLÈME 2. Pour tout nombre entier naturel non nul k, on définit : $$H_k = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i}.$$ • Démontrer que l'égalité $$1 + \frac{1}{n+1}\Big(\sum_{k=1}^{n} H_k\Big) = H_{n+1}$$ est vraie pour tout nombre entier naturel non nul n.	PROBLEM 2. For every non-zero natural number k, define : $$H_k = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i}.$$ • Prove that the equality $$1 + \frac{1}{n+1}\Big(\sum_{k=1}^{n} H_k\Big) = H_{n+1}$$ holds for every non-zero natural number n.	**المسألة 2.** بالنسبة لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم k نعرف العدد H_k بـ: $$H_k = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i}.$$ • بيّن أن المتساوية $$1 + \frac{1}{n+1}\Big(\sum_{k=1}^{n} H_k\Big) = H_{n+1}$$ صحيحة بالنسبة لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n.
PROBLÈME 3. Le cercle inscrit dans un triangle ABC est tangent aux côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$ respectivement aux points D, E et F. Le cercle passant par A et tangent à la droite (BC) en D rencontre les segments $[BF]$ et $[CE]$ respectivement aux points K et L. La droite passant par E et parallèle à (DL), et la droite passant par F et parallèle à (DK) se coupent au point P. Soient R_1, R_2, R_3 et R_4 les rayons respectifs des cercles circonscrits aux triangles AFD, AED, FPD et EPD. • Montrer que $R_1R_4 = R_2R_3$.	PROBLEM 3. The incircle of a triangle ABC is tangent to the sides $[BC]$, $[CA]$ and $[AB]$ at the points D, E and F respectively. The circle passing through A and tangent to the line (BC) at D meets the segments $[BF]$ and $[CE]$ at the points K and L respectively. The line through E parallel to (DL) and the line through F parallel to (DK) meet at a point P. Let R_1, R_2, R_3 and R_4 be the circumradii of the triangles AFD, AED, FPD and EPD respectively. • Show that $R_1R_4 = R_2R_3$.	**المسألة 3.** الدائرة المحاطة بالمثلث ABC مماسة للأضلاع $[BC]$ و $[CA]$ و $[AB]$ في النقط D و E و F على التوالي، والدائرة المارة من النقطة A والمماسة للمستقيم (BC) في D تقطع القطعتين $[BF]$ و $[CE]$ في النقطتين K و L على التوالي. المستقيم المار من E والموازي للمستقيم (DL) والمستقيم المار من F والموازي للمستقيم (DK) يتقاطعان في النقطة P. ليكن R_1 و R_2 و R_3 و R_4 على التوالي أشعة الدوائر المحيطة بالمثلثات AFD و AED و FPD و EPD. • بيّن أن $R_1R_4 = R_2R_3$.

Version réécrite par Saad Choukri