بسم الله الرحمن الرحيم

Professeur, Saad Choukri
Terminale SM

الأستاذ، سعد شكري
باكالوريا علوم رياضية

الموضوع 3 في البنيات الجبرية. زمرة غير تبادلية

ملخص، نبين في هذا الموضوع أن كل زمرة غير تبادلية تحتوي على الأقل على ستة عناصر. ننطلق من عنصرين غير تبادليين a و b ونثبت أن العناصر ba و ab و b و a و e مختلفة مثنى مثنى، ثم نبين بالخلف أن زمرة غير تبادلية لا يمكن أن تكون مكونة من هذه العناصر الخمسة فقط.

لتكن $(G, \times)$ زمرة ضربية غير تبادلية و e عنصرها المحايد.

(1) بين أنه يوجد a و b من G بحيث $ab \neq ba$.

(2) بين أن العناصر الخمسة التالية مختلفة مثنى مثنى، ba، ab، b، a، e.

(3) استنتج أن كل زمرة غير تبادلية لها على الأقل خمسة عناصر.

(4) نفترض أن، $G = \{ab, ba, b, a, e\}$.

(a) بين أن، $a^{-1} = a$.

(b) بين أن، $aba \notin G$.

(c) استنتج أن كل زمرة غير تبادلية لها على الأقل ستة عناصر.

Sujet d'étude 3 en Structures algébriques. Un groupe non commutatif

Résumé, On montre dans ce sujet que tout groupe non commutatif possède au moins six éléments. À partir de deux éléments a et b qui ne commutent pas, on prouve que ba, ab, b, a et e sont deux à deux distincts, puis on montre par l'absurde qu'un groupe non commutatif ne peut pas être formé de ces cinq éléments seulement.

Soit $(G, \times)$ un groupe multiplicatif non commutatif d'élément neutre e.

(1) Montrer qu'il existe a et b dans G tels que $ab \neq ba$.

(2) Montrer que les cinq éléments suivants sont deux à deux distincts, ba, ab, b, a, e.

(3) En déduire que tout groupe non commutatif possède au moins cinq éléments.

(4) On suppose que, $G = \{ab, ba, b, a, e\}$.

(a) Montrer que, $a^{-1} = a$.

(b) Montrer que, $aba \notin G$.

(c) En déduire que tout groupe non commutatif possède au moins six éléments.

Study Topic 3 in Algebraic Structures. A Non-Commutative Group

Summary, This topic shows that every non-commutative group has at least six elements. Starting from two elements a and b that do not commute, we prove that ba, ab, b, a and e are pairwise distinct, then show by contradiction that a non-commutative group cannot consist of these five elements only.

Let $(G, \times)$ be a non-commutative multiplicative group with identity element e.

(1) Show that there exist a and b in G such that $ab \neq ba$.

(2) Show that the following five elements are pairwise distinct, ba, ab, b, a, e.

(3) Deduce that every non-commutative group has at least five elements.

(4) Assume that, $G = \{ab, ba, b, a, e\}$.

(a) Show that, $a^{-1} = a$.

(b) Show that, $aba \notin G$.

(c) Deduce that every non-commutative group has at least six elements.