بسم الله الرحمن الرحيم

Professeur, Saad Choukri
Terminale SM

الأستاذ، سعد شكري
باكالوريا علوم رياضية

الموضوع 11 في التحليل. معادلة تفاضلية تؤول إلى معادلة أساسية

ملخص، نعتبر معادلة تفاضلية غير خطية من الرتبة الثانية، ونبين أن تغيير الدالة المجهولة $y = \frac{1}{z}$ يحولها إلى معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الثانية بمعاملات ثابتة. نحل هذه الأخيرة ونستنتج الحل الخاص للمعادلة الأصلية الذي يحقق شرطين بدئيين.

نعتبر المعادلة التفاضلية،

$$(E) \qquad yy'' - 2(y')^2 - 2yy' - y^2 = 0.$$

(1) (a) نضع، $y = \dfrac{1}{z}$. احسب y' و y'' بدلالة z و z' و z''.

(b) بين أن y حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان z حلا للمعادلة التفاضلية،

$$(E') \qquad z'' - 2z' + z = 0.$$

(2) استنتج الحل f للمعادلة التفاضلية (E) بحيث، $f(1) = \dfrac{1}{e}$ و $f(0) = 1$.

Sujet d'étude 11 en Analyse. Une équation différentielle qui se ramène à une équation de référence

Résumé, On considère une équation différentielle non linéaire du second ordre et on montre que le changement de fonction inconnue $y = \frac{1}{z}$ la transforme en une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. On résout cette dernière et on en déduit la solution de l'équation initiale vérifiant deux conditions données.

On considère l'équation différentielle

$$(E) \qquad yy'' - 2(y')^2 - 2yy' - y^2 = 0.$$

(1) (a) On pose, $y = \dfrac{1}{z}$. Calculer y' et y'' en fonction de z, z' et z''.

(b) Montrer que y est solution de (E) si et seulement si z est solution de l'équation différentielle

$$(E') \qquad z'' - 2z' + z = 0.$$

(2) En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) telle que, $f(1) = \dfrac{1}{e}$ et $f(0) = 1$.

Study Topic 11 in Analysis. A Differential Equation Reducible to a Standard One

Summary, We consider a non-linear second-order differential equation and show that the change of unknown function $y = \frac{1}{z}$ turns it into a second-order linear differential equation with constant coefficients. We solve the latter and deduce the solution of the original equation satisfying two given conditions.

Consider the differential equation

$$(E) \qquad yy'' - 2(y')^2 - 2yy' - y^2 = 0.$$

(1) (a) Set, $y = \dfrac{1}{z}$. Compute y' and y'' in terms of z, z' and z''.

(b) Show that y is a solution of (E) if and only if z is a solution of the differential equation

$$(E') \qquad z'' - 2z' + z = 0.$$

(2) Deduce the solution f of the differential equation (E) such that, $f(1) = \dfrac{1}{e}$ and $f(0) = 1$.